

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
Δ/ΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ Ν. ΛΕΣΒΟΥ  
4<sup>ο</sup> ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΜΥΤΙΛΗΝΗΣ  
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2013  
ΣΧ.ΕΤΟΣ 2012-13  
ΤΑΞΗ: Β' ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ  
21/5/2013  
**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**  
**ΕΞΕΤΑΣΤΕΣ : ΚΑΛΠΑΚΑΣ Μ. ΒΟΥΛΓΑΡΕΛΗΣ Α. ΖΟΥΜΠΑΔΕΛΛΗ Μ.**

### ΘΕΜΑ Α

1. Αποδείξτε ότι η εξίσωση του κύκλου με κέντρο το σημείο  $O(0,0)$  και ακτίνα  $\rho$  είναι :  $x^2 + y^2 = \rho^2$ . ( Μ 10 )
  2. Να δώσετε τον ορισμό της παραβολής. (Μ.5)
  3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση. ( Μ 10 )
1. Η απόσταση του σημείου  $M_0(x_0, y_0)$  από την ευθεία  $(\varepsilon): Ax + By + \Gamma = 0$  δίνεται από τον τύπο
$$d(M_0, \varepsilon) = \frac{Ax_0 + By_0 + \Gamma}{\sqrt{A^2 + B^2}}.$$
  2. Ο συντελεστής διεύθυνσης  $\lambda$  μιας ευθείας που διέρχεται από τα σημεία  $A(x_1, y_1)$  και  $B(x_2, y_2)$  με  $(x_1 \neq x_2)$  είναι
$$\lambda = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$
  3. Η εκκεντρότητα μιας έλλειψης δίνεται από τον τύπο
$$\varepsilon = \frac{\alpha}{\gamma}$$
  4. Οι ασύμπτωτες της υπερβολής  $\frac{\chi^2}{\alpha^2} - \frac{\psi^2}{\beta^2} = 1$  είναι οι ευθείες  $\psi = \frac{\beta}{\alpha}\chi$  και  $\psi = -\frac{\beta}{\alpha}\chi$
  5. Η εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$  είναι πάντα εξίσωση ευθείας

### ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{a}, \vec{\beta}$  έτσι ώστε  $|\vec{a}| = 2, |\vec{\beta}| = 1$  και  $(\vec{a}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$ .

1. Να υπολογίσετε το  $\vec{a} \cdot \vec{\beta}$  ( Μ. 7)

2. Αν  $(\vec{\alpha} + \chi\vec{\beta}) \cdot (\vec{\alpha} - \chi\vec{\beta}) = -12$  Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό  $\chi$  ( Μ. 9)
3. Να υπολογίσετε το μέτρο του  $\vec{v} = \vec{\alpha} - 4\vec{\beta}$  ( Μ. 9)

### ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{a}, \vec{\beta} \neq \vec{o}$  και η εξίσωση  $6\vec{a} \cdot \vec{\beta} \cdot \chi - 4|\vec{a}| \cdot |\vec{\beta}| \psi - 2\vec{a} \cdot \vec{\beta} = 0$  (1)

1. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία (ε). ( Μ. 9)
2. Αν  $\vec{a} \perp \vec{\beta}$ , να αποδείξετε ότι η ευθεία (ε) είναι ο άξονας  $\chi\chi'$ . ( Μ. 8)
3. Αν η ευθεία (ε) διέρχεται από το σημείο  $B(3,2)$  τότε να βρείτε τη γωνία των διανυσμάτων  $\vec{a}$  και  $\vec{\beta}$ . ( Μ. 8)

### ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

Δίνεται η εξίσωση  $\chi^2 + \psi^2 - 2\lambda\chi - 1 = 0$  (1),  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

1. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$ . του οποίου να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα. ( Μ. 9)
2. Να αποδείξετε ότι όλοι οι κύκλοι  $C_\lambda$ , που ορίζονται από την (1) διέρχονται από δυο σταθερά σημεία. Ποια είναι η εξίσωση της κοινής χορδής όλων αυτών των κύκλων. ( Μ. 9)
3. Να αποδείξετε ότι τα κέντρα των κύκλων που παριστάνει η εξίσωση (1) για τις διάφορες τιμές  $\lambda \in \mathbb{R}$  ανήκουν σε ευθεία της οποίας να βρείτε την εξίσωση. ( Μ.7)

Ο Δ/ΝΤΗΣ

ΟΙ ΕΞΕΤΑΣΤΕΣ

Σ. ΑΝΔΡΕΑΔΕΛΛΗΣ

Μ. ΚΑΛΠΑΚΑΣ

Α. ΒΟΥΛΓΑΡΕΛΗΣ

Μ. ΖΟΥΜΠΑΔΕΛΛΗ