

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΙΟΥΝΙΟΥ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Β ΛΥΚΕΙΟΥ**

ΘΕΜΑ 1^ο

Α) Να αποδείξετε ότι οι συντεταγμένες (x,y) του διανύσματος με άκρα τα σημεία $A(x_1,y_1)$ και $B(x_2,y_2)$, δίνονται από τις σχέσεις : $x=x_2-x_1$ και $y=y_2-y_1$.

(μονάδες 11)

Β) Δίνεται η έλλειψη $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ με $a > b > 0$. Συμπληρώστε τις ισότητες:

- i. μήκος μεγάλου άξονα $AA' = \dots\dots\dots$ (μονάδες 1)
- ii. μήκος μικρού άξονα $BB' = \dots\dots\dots$ (μονάδες 1)
- iii. Εστιακή απόσταση $EE' = \dots\dots\dots$ (μονάδες 1)
- iv. εκκεντρότητα $e = \dots\dots\dots$ (μονάδες 1)

Γ) Χαρακτηρίστε τις προτάσεις που ακολουθούν ως **Σωστές (Σ)** ή **Λάθος (Λ)**, γράφοντάς το δίπλα στον αριθμό της πρότασης στην κόλλα σας:

α. Αν $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j}$, τότε $|\vec{a}| = \sqrt{\vec{i}^2 + \vec{j}^2}$

β. $\vec{a}(\vec{\beta} \cdot \vec{\gamma}) = (\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta})\vec{\gamma}$ για οποιαδήποτε διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$

γ. Αν $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$ τότε $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -1$

δ. Η ισοσκελής υπερβολή έχει ασύμπτωτες τις διχοτόμους των αξόνων.

ε. Η απόσταση του σημείου $M_0(x_0, y_0)$ από την ευθεία $\varepsilon: Ax + By + \Gamma = 0$

$$\text{δίνεται από τον τύπο } d(M_0, \varepsilon) = \frac{|Ax_0 + By_0 + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

(μονάδες $2 \times 5 = 10$)

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται η παραβολή $y^2 = 4x$.

i. Να βρείτε την εστία E και τη διευθετούσα δ της παραβολής. (μονάδες 6)

ii. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης (ε) της παραβολής στο σημείο της $A(\kappa, 4)$.

(μονάδες 6)

iii. Να βρείτε τα σημεία τομής B, Γ, Δ της (ε) με τους άξονες xx', yy' και τη διευθετούσα δ αντίστοιχα. (μονάδες 6)

iv. Να βρείτε το $\text{syn}(\vec{EB}, \vec{E\Gamma})$ (μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται τρίγωνο ABΓ με ύψος ΑΔ. Αν B(-1,0) , Δ(3,4) και $\overrightarrow{B\Delta} = \frac{4}{3}\overrightarrow{\Gamma\Delta}$

- i. Να αποδείξετε ότι οι συντεταγμένες του Γ είναι οι (0,1). (μονάδες 7)
- ii. Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΒΓ. (μονάδες 6)
- iii. Να βρείτε την εξίσωση του ύψους ΑΔ. (μονάδες 6)
- iv. Αν Α(-1,8) να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ. (μονάδες 6)

ΘΕΜΑ 4^ο

A. Δίνεται η εξίσωση C: $x^2+y^2-8x+6y-\lambda^2+25=0$.

- i. Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού λ , για τις οποίες η εξίσωση C παριστάνει κύκλο. (μονάδες 5)
- ii. Να βρείτε το κέντρο K και την ακτίνα R των κύκλων C. (μονάδες 5)

B. Δίνεται η εξίσωση (ϵ_μ): $x+y-1+\mu(2x-y-11)=0$

- i. Να δείξετε ότι για κάθε τιμή του πραγματικού μ , η (ϵ_μ) παριστάνει ευθεία γραμμή. (μονάδες 5)
- ii. Να δείξετε ότι όλες οι ευθείες (ϵ_μ) διέρχονται από σταθερό σημείο , το οποίο είναι το κέντρο K των κύκλων του Α ερωτήματος. (μονάδες 5)
- iii. Έστω A , B τα σημεία τομής των ευθειών (ϵ_μ) με τους κύκλους C .

Να υπολογίσετε το $\left| \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} \right|$, όπου O η αρχή των αξόνων. (μονάδες 5)

Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα με όποια σειρά θέλετε.

Μυτιλήνη 6/6/2012

Η ΔΝΤΡΙΑ

ANNA ΚΟΥΡΑΣΑΝΗ - ΧΡΗΣΤΕΛΗ

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

ΤΣΟΥΠΙΔΗΣ Δ.

ΠΑΖΙΑΝΟΥ Ε.

ΚΟΥΤΣΚΟΥΔΗΣ Π.