

ΓΕΛ. ΠΕΤΡΑΣ

29-5-12

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΙΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Αποδείξτε ότι για τους μιγαδικούς Z_1 και Z_2 ισχύει :

$$|Z_1 Z_2| = |Z_1| |Z_2|$$

Μονάδες 10

A2. Ποιές είναι οι πιθανές θέσεις τοπικών ακροτάτων για την συνάρτηση f σε ένα διάστημα A ;

Μονάδες 5

A3. Απαντήστε με σωστό Σ ή λάθος Λ στις παρακάτω

προτάσεις στην κόλλα σας στο αντίστοιχο γράμμα.

α. $|Z^n| = |Z|^n$ όπου n θετικός ακέραιος

β. $[F(x) \cdot G(x)]' = F'(x)G(x) - F(x)G'(x)$

γ. $(i)^{15} = -i$

δ. Αν η f είναι παραγωγίσιμη σε σημείο x_0 τότε είναι συνεχής σε αυτό και αντιστρόφως.

ε. Αν $f'(x) > 0$ σε κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ τότε η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα σε όλο το Δ .

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β.

Αν για το μιγαδικό w ισχύει ότι είναι φανταστικός με

$$w = 2|z|^2 + z^2 + i - 3, \text{ να βρείτε:}$$

B1. τη μιγαδική μορφή του w , αν $Z = x + yi$

Μονάδες 10

B2. το γεωμετρικό τόπο των εικόνων των Z

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Γ

Έστω συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής στο $[a, \beta]$ και δύο φορές παραγωγίσιμη στο (a, β) . Αν $\gamma \in (a, \beta)$ με $a + \beta = 2\gamma$ και $f(a) + f(\beta) = 2f(\gamma)$, να αποδείξετε ότι :

Γ1. υπάρχουν $\xi_1, \xi_2 \in (a, \beta)$ τέτοια ώστε $f'(\xi_1) = f'(\xi_2)$.

Μονάδες 15

Γ2. υπάρχει $\xi \in (a, \beta)$ τέτοιο ώστε $f''(\xi) = 0$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ και $x > 0$. Να βρείτε:

Δ1. τα διαστήματα μονοτονίας της f

Μονάδες 10

Δ2. τα ακρότατα της f

Μονάδες 5

Δ3. αποδείξτε ότι $x^e \geq e^x$ για κάθε $x > 0$

Μονάδες 10

Ο Δ/ντής

Ο Καθηγητής

Χαλδεάκης Χρήστος

Καλή επιτυχία!