

**ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΙΠΠΕΙΟΥ**  
**ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ**  
**ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**  
**ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2012**  
**ΤΑΞΗ : Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 24/05/2012**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Να χαρακτηρίσετε ως σωστό ( Σ ) ή λάθος ( Λ ) κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις :

**α.** Αν  $z$  μιγαδικός αριθμός τότε  $|z|^2 = z^2$ .

**β.** Αν  $z_1, z_2$  μιγαδικοί αριθμοί τότε  $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$ .

**γ.**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu x}{x} = 1$

**δ.** Αν μια συνάρτηση  $f$  είναι συνεχής σε ένα σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της τότε είναι και παραγωγίσιμη στο  $x_0$ .

**ε.** Αν οι συναρτήσεις  $f, g$  είναι παραγωγίσιμες στο σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού τους τότε και η  $f \cdot g$  είναι παραγωγίσιμη στο σημείο  $x_0$  και ισχύει  $(f \cdot g)'(x_0) = f'(x_0) \cdot g'(x_0)$ . **Μονάδες 10**

**A2.** Να διατυπώσετε το θεώρημα του Rolle για μια συνάρτηση  $f$  ορισμένη σε κλειστό διάστημα  $[\alpha, \beta]$ .

**Μονάδες 5**

**A3.** Αν  $z_1, z_2$  μιγαδικοί αριθμοί να αποδείξετε ότι  $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνονται οι μιγαδικοί  $z_1 = 2 + i, z_2 = 2 - i$ .

**B1.** Να βρείτε τους μιγαδικούς  $z_1 + z_2$  και  $z_1 \cdot z_2$ .

**Μονάδες 6**

**B2.** Να βρείτε το μέτρο του μιγαδικού  $w = 2z_1 - z_2$ .

**Μονάδες 5**

**B3.** Αν η εξίσωση  $z^2 + \beta z + \gamma = 0$  όπου  $\beta, \gamma \in \mathbb{R}$  έχει ρίζα τον μιγαδικό  $z_1$  να βρείτε τις τιμές των  $\beta, \gamma$ .

**Μονάδες 7**

**B4.** Να βρείτε που ανήκουν οι εικόνες των μιγαδικών αριθμών  $z$  για τους οποίους ισχύει  $|z - z_1| = |z - z_2|$ .

**Μονάδες 7**

### **ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^2 - 3x + 2$ ,  $x \in \mathbb{R}$

**Γ1.** Να βρείτε τα όρια

**α.**  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

**β.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$

**Μονάδες 8**

**Γ2.** Να μελετήσετε την  $f$  ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

**Μονάδες 10**

**Γ3.** Να εφαρμόσετε για την  $f$  το Θεώρημα της Μέσης Τιμής (Θ.Μ.Τ.) στο διάστημα  $[0,2]$  και να βρείτε το  $x_0 \in (0,2)$  που προκύπτει από την εφαρμογή του Θ.Μ.Τ. στο  $[0,2]$ .

**Μονάδες 7**

### **ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \ln(\sqrt{x-1}-1) - \frac{1}{x}$ .

**Δ1.** Να βρείτε το πεδίο ορισμού  $D_f$  της  $f$ .

**Μονάδες 5**

**Δ2.** Να δείξετε ότι η  $f$  είναι συνεχής.

**Μονάδες 5**

**Δ3.** Να δείξετε ότι η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα.

**Μονάδες 5**

**Δ4.** Να βρείτε το σύνολο τιμών της  $f$ .

**Μονάδες 5**

**Δ5.** Να δείξετε ότι υπάρχει μοναδικό  $x_0 \in D_f$  ώστε  $f(x_0) = 2$ .

**Μονάδες 5**

**Καλή σας επιτυχία**

**Ο Δ/ντής**

**Ο Εισηγητής**

**Σταύρος Βαμβακέλλης**