

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ –ΙΟΥΝΙΟΥ 2012
ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ 1^ο

- A. Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x-r$ είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για $x=r$.
Είναι δηλαδή $u=P(r)$. (μονάδες 10)
- B. Συμπληρώστε κατάλληλα τις ισότητες στην κόλλα σας, ώστε να γίνουν ιδιότητες λογαρίθμων.
Αν $\theta, \theta_1, \theta_2 > 0, 0 < \alpha \neq 1, k \in R$ τότε:
- i. $\log_{\alpha}(\theta_1 \cdot \theta_2) = \dots\dots\dots$
 - ii. $\log_{\alpha} \frac{\theta_1}{\theta_2} = \dots\dots\dots$
 - iii. $\log_{\alpha} \theta^k = \dots\dots\dots$
 - iv. $\log_{\alpha} \alpha^x = \dots\dots\dots$
 - v. $\log_{\alpha} 1 = \dots\dots\dots$
- (μονάδες 5)
- Γ. Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις σαν Σ αν είναι σωστές ή σαν Λ αν είναι λάθος
- i. Κάθε σταθερό πολυώνυμο είναι μηδενικού βαθμού.
 - ii. Αν $\alpha, \beta, \gamma \in R^*$, διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, τότε ισχύει $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\beta}{\gamma}$
 - iii. Αν $\alpha > 1$ τότε η $f(x) = \alpha^x$ είναι γνησίως αύξουσα συνάρτηση.
 - iv. Η $f(x) = \epsilon \phi x$ με $\sin x \neq 0$, είναι περιοδική συνάρτηση, με περίοδο $T = \pi$
 - v. Το άθροισμα των n πρώτων όρων αριθμητικής προόδου (α_n) με διαφορά ω δίνεται από τον τύπο $S_n = \frac{\alpha_1 + \alpha_n}{2}$
- (μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 1 - 2 \eta\mu 3x$

- i. Να υπολογισθούν οι τιμές $f(0)$, $f(\frac{\pi}{3})$, και $f(-\frac{\pi}{2})$ (μονάδες 6)
- ii. Να υπολογίσετε την περίοδο T της συνάρτησης f (μονάδες 6)
- iii. Να δείξετε ότι $-1 \leq f(x) \leq 3$ (μονάδες 6)
- iv. Να λυθεί η εξίσωση $f(x)=0$ (μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = \alpha x^4 + (\alpha - 1)x^3 - 2x^2 - 3\alpha x - 2$, $\alpha \in R$.

- A. Να βρεθεί το $\alpha \in R$ ώστε το $P(x)$ να έχει παράγοντα το $x - 2$. (μονάδες 7)

- B. Για $\alpha = 1$
 - i. Να γραφεί η ταυτότητα της Ευκλείδειας Διαίρεσης του $P(x)$ με το $x^2 + 1$ (μονάδες 7)
 - ii. Να λυθεί η εξίσωση $P(x) = 0$ (μονάδες 6)
 - iii. Για ποιες τιμές του $x \in R$ ισχύει $P(x) \leq 0$ (μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln\left(\frac{e^{2x} - 1}{e^x + 1}\right)$

- i. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού A της συνάρτησης f . (μονάδες 7)
- ii. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = \ln 3$. (μονάδες 10)
- iii. Δείξτε ότι για κάθε $x > 0$, ισχύει $f(x) < x$ (μονάδες 8)

Απαντήστε σε όλα τα θέματα.

Η ΔΝΤΡΙΑ

ANNA ΚΟΥΡΑΣΑΝΗ –ΧΡΗΣΤΕΛΗ

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

ΤΣΟΥΠΙΔΗΣ
ΚΟΥΤΣΚΟΥΔΗΣ
ΠΑΖΙΑΝΟΥ