

ΤΑΞΗ: Β
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

ΘΕΜΑ Α

A. Αν $\vec{a} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ είναι δύο μη μηδενικά διανύσματα του επιπέδου

που σχηματίζουν γωνία θ , να αποδείξετε ότι : $\text{συν}\theta = \frac{x_1x_2 + y_1y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2}}$

ΜΟΝΑΔΕΣ 20

B. Να γράψετε στο τετράδιό σας τα γράμματα της Στήλης Α και δίπλα

σε κάθε γράμμα τον αριθμό της Στήλης Β που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. κάθετα διανύσματα $\vec{\alpha} \neq \vec{0}, \vec{\beta} \neq \vec{0}$	1. $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} $
β. ομόρροπα διανύσματα $\vec{\alpha} \neq \vec{0}, \vec{\beta} \neq \vec{0}$	2. $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = - \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} $
γ. αντίρροπα διανύσματα $\vec{\alpha} \neq \vec{0}, \vec{\beta} \neq \vec{0}$	3. $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$
	4. $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} \geq \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} $

ΜΟΝΑΔΕΣ 15

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στον αύξοντα αριθμό της κάθε πρότασης τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν $\lambda \vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta}$ και $\lambda \neq 0$, τότε $\vec{\alpha} = \vec{\beta}$

2. $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = \vec{\alpha} \cdot \text{προβ}_{\vec{\beta}} \vec{\alpha}$

3. Αν $A(x_1, \psi_1)$ και $B(x_2, \psi_2)$ τότε $\overline{AB} = (x_1 - \psi_1, x_2 - \psi_2)$

4. Αν $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$ τότε $\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 0$

5. Αν $A(x_1, \psi_1)$ και $B(x_2, \psi_2)$ και $M(x, \psi)$ το μέσο του AB τότε $2x = x_1 + x_2$ και $2\psi = \psi_1 + \psi_2$

ΜΟΝΑΔΕΣ 15

ΘΕΜΑ Β

Για τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ δίνεται ότι $|\vec{\alpha}|=1, |\vec{\beta}|=1$ και $(\vec{\alpha}, \vec{\beta})=120^\circ$.

Έστω τα διανύσματα $\vec{u}=4\vec{\alpha}+2\vec{\beta}, \vec{v}=-\vec{\alpha}+\vec{\beta}$.

Να αποδείξετε ότι:

A. το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -\frac{1}{2}$

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

B. τα μέτρα $|\vec{u}|, |\vec{v}|$ των διανυσμάτων \vec{u} και \vec{v} είναι $|\vec{u}|=2\sqrt{3}$ και $|\vec{v}|=\sqrt{3}$ αντίστοιχα

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

Γ. το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων \vec{u}, \vec{v} είναι $\vec{u} \cdot \vec{v} = -3$

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

και υπολογίστε

Δ. τη γωνία των διανυσμάτων \vec{u} και \vec{v}

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται τρίγωνο ABΓ με A(1,2), B(3,0) και Γ(5,6). Έστω σημείο Δ(x,ψ) της πλευράς ΒΓ ώστε

$$\overline{B\Delta} = \frac{3}{2} \overline{\Delta\Gamma} \text{ και το μέσο } M \text{ της πλευράς } A\Gamma.$$

A. Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων \overline{AB} και $\overline{A\Gamma}$. Τι συμπεραίνετε για το τρίγωνο ABΓ;

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

B. Να αποδείξετε ότι οι συντεταγμένες του Δ είναι $(\frac{21}{5}, \frac{18}{5})$

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

Γ. Να αποδείξετε ότι : $\overline{M\Delta} \perp \overline{B\Gamma}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

Δ. Να αποδείξετε ότι : $\overline{MB}^2 = 2\overline{M\Gamma}^2$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ