

ΗΜΕΡΗΣΙΟ ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Α΄ ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΕΡΙΟΔΟΥ: ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2010
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

Α. Έστω x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0, \alpha \neq 0$.

Αν με S συμβολίσουμε το άθροισμα $x_1 + x_2$ και με P το γινόμενο

$$x_1 \cdot x_2 \text{ των ριζών αυτών, να δείξετε ότι } S = -\frac{\beta}{\alpha} \text{ και } P = \frac{\gamma}{\alpha}$$

Μονάδες 8

Β. Να δώσετε τον ορισμό της απόλυτης τιμής πραγματικού αριθμού.

Μονάδες 7

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α) Δύο ευθείες $y = \alpha_1 x + \beta_1$ και $y = \alpha_2 x + \beta_2$ είναι παράλληλες μόνο όταν ισχύει $\alpha_1 \cdot \alpha_2 = -1$.

β) Αν $\gamma < 0$ τότε $\alpha > \beta \Leftrightarrow \alpha \cdot \gamma < \beta \cdot \gamma$

γ) Αν $x = \alpha$ ή $x = -\alpha$, τότε $|x| = \alpha$

δ) $\sqrt{\alpha^2} = \alpha$, για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$

ε) Ένα τριώνυμο $\alpha x^2 + \beta x + \gamma, \alpha \neq 0$ αν έχει $\Delta < 0$, είναι ομόσημο του α για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται: $A(x) = |x + 1| - |2x + 4| + 3|x - 5|$ με $x \in (-1, 0)$.

1) Να δείξετε ότι $A(x) = 4(3 - x)$

Μονάδες 10

2) Να λύσετε την εξίσωση: $A(x) + 2x^2 - x - 15 = 0$

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ 3^ο

Αν α, β πραγματικοί αριθμοί και ισχύει $\alpha - \beta = 1$, τότε να δείξετε ότι:

- | | |
|---|------------------|
| 1) $\alpha > \beta$ | Μονάδες 8 |
| 2) $\alpha^2 - \beta^2 = \alpha + \beta$ | Μονάδες 8 |
| 3) $2(\alpha^2 + \beta^2) - (\alpha + \beta)^2 = 1$ | Μονάδες 9 |

ΘΕΜΑ 4^ο

Για τον πραγματικό αριθμό a δίνεται ότι:

$$|a + 1|^2 - 4 > |a - 1|^2 + 4$$

A. Να αποδείξετε ότι :

- | | |
|---|------------------|
| i) $\alpha > 2$ | Μονάδες 8 |
| ii) η εξίσωση (ε): $x^2 - 2\alpha x + 4 = 0$ έχει δύο πραγματικές ρίζες ρ_1, ρ_2 άνισες μεταξύ τους και διάφορες του 2. | |
| | Μονάδες 8 |

B. Αν $f(x) = x^2 - 2\alpha x + 4$ να αποδείξετε ότι:

$$f(\rho_1 + \rho_2) = \rho_1 \cdot \rho_2$$

όπου ρ_1, ρ_2 οι ρίζες της (ε) του προηγούμενου ερωτήματος.

Μονάδες 9

ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

