

ΗΜΕΡΗΣΙΟ ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Β' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΕΡΙΟΔΟΥ: ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2010
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ

1^ο ΘΕΜΑ

A. Αν $\alpha > 0$ με $\alpha \neq 1$ τότε για οποιουσδήποτε αριθμούς $\theta_1, \theta_2 > 0$ να αποδείξετε ότι ισχύει
 $\log_{\alpha} (\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_{\alpha} \theta_1 + \log_{\alpha} \theta_2$.

Μονάδες 9

B. Να δοθεί ο ορισμός του λογαρίθμου ενός θετικού αριθμού θ ως προς θετική βάση $\alpha \neq 1$.

Μονάδες 6

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

a) Το μηδενικό πολυώνυμο έχει βαθμό μηδέν.

b) Ένα πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x - \rho$ αν και μόνο αν $P(\rho) = 0$.

c) Για οποιουσδήποτε θετικούς αριθμούς θ_1, θ_2 ισχύει $\log \frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{\log \theta_1}{\log \theta_2}$.

d) Η συνάρτηση $f(x) = \ln x$ είναι γνησίως αύξουσα στο $(0, +\infty)$.

e) Για κάθε $\theta > 0$ ισχύει η ισότητα $\theta = e^{\ln \theta}$.

Μονάδες 10

2^ο ΘΕΜΑ

Δίνεται πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 + x^2 - \alpha x + 2$, όπου $\alpha \in \mathbb{R}$. Αν το 1 είναι ρίζα του πολυωνύμου, τότε:

i. Να δείξετε ότι $\alpha = 5$.

Μονάδες 10

ii. Για $\alpha = 5$ να λύσετε:

α. Την εξίσωση $P(x) = 0$.

Μονάδες 8

β. Την ανίσωση $P(x) \geq 0$.

Μονάδες 7

3^ο ΘΕΜΑ

Θεωρούμε τις παραστάσεις $A = 2\sigma\upsilon\nu^2 \frac{\pi}{12} - 2\eta\mu^2 \frac{\pi}{12}$ και $B = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu 2\alpha + \eta\mu 2\alpha}{1 + \sigma\upsilon\nu 2\alpha + \eta\mu 2\alpha}$.

i. Να δείξετε ότι $A = \sqrt{3}$.

Μονάδες 7

ii. Να αποδείξετε ότι $B = \epsilon\phi\alpha$.

Μονάδες 10

iii. Να βρείτε για ποιες τιμές του α ισχύει $A + B = 0$.

Μονάδες 8

4^ο ΘΕΜΑ

Έστω η συνάρτηση $f(x) = \ln(2e^x - 1) + 1 - \log^2 \alpha$ με $\alpha > 1$, για την οποία είναι $f(0) = 0$.

i. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

Μονάδες 6

ii. Να δείξετε ότι $\alpha = 10$.

Μονάδες 6

iii. Για $\alpha = 10$ να λύσετε:

α. την εξίσωση $e^{f(x)} = 3e^{-x}$.

Μονάδες 7

β. την ανίσωση $x + f(x) \geq 0$.

Μονάδες 6

ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

