

ΗΜΕΡΗΣΙΟ ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Α΄ ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΕΡΙΟΔΟΥ: ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2010
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ

1^ο ΘΕΜΑ

A. Να δώσετε τον ορισμό της νιοστής ρίζας ενός μη αρνητικού αριθμού a .

Μονάδες 5

B. Αν $\theta > 0$ και x πραγματικός αριθμός, να αποδείξετε την ισοδυναμία:

$$|x| < \theta \Leftrightarrow -\theta < x < \theta$$

Μονάδες 10

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- i. Αν x_1, x_2 οι ρίζες του τριωνύμου $\alpha x^2 + \beta x + \gamma$, τότε ισχύει: $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = \alpha (x + x_1)(x + x_2)$
- ii. Για τους πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύει $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - \beta^2$
- iii. Για κάθε πραγματικό αριθμό α ισχύει $\sqrt{\alpha^2} = \alpha$.
- iv. Αν x_1 και x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, με $\alpha \neq 0$, τότε ισχύουν οι ισότητες
$$x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha} \quad \text{και} \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$$
- v. Για οποιουδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύει $|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$.

Μονάδες 10

2^ο ΘΕΜΑ

Θεωρούμε τον πραγματικό αριθμό α για τον οποίο ισχύει $|1 - \sqrt{3}| - \sqrt{3} = \alpha$

- i. Αποδείξτε ότι $\alpha = -1$.

Μονάδες 8

- ii. Αν β αρνητικός πραγματικός αριθμός, υπολογίστε την τιμή της παράστασης:

$$A = |\alpha + \beta| - |\beta| + 2|\alpha - 1|$$

Μονάδες 8

- iii. Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό x ώστε $||2x - 1| - 5| = 1 + \alpha$

Μονάδες 9

3^ο ΘΕΜΑ

Έστω οι ευθείες $\varepsilon_1: \psi = \lambda^2 x - 1$ και $\varepsilon_2: \psi = (2\lambda + 3)x - 9$, όπου λ πραγματικός αριθμός για τον οποίο

ισχύει: $|1 - 2\lambda| < 3$

- i. Να αποδείξετε ότι $\lambda \in (-1, 2)$.
- ii. Να δείξετε ότι οι ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ δεν είναι παράλληλες.
- iii. Αν $\lambda = 1$ να βρείτε το σημείο τομής των ευθειών $\varepsilon_1, \varepsilon_2$.

Μονάδες 9

Μονάδες 8

Μονάδες 8

4^ο ΘΕΜΑ

Δίνεται το τριώνυμο $f(x) = 2x^2 - (2\kappa + 1)x + \kappa$, όπου κ θετικός πραγματικός αριθμός.

- i. Να αποδείξετε ότι το τριώνυμο έχει πάντα πραγματικές ρίζες.

Μονάδες 9

- ii. Αν η διακρίνουσα είναι ίση με 1, τότε:

α) Αποδείξτε ότι $\kappa = 1$

Μονάδες 7

β) Να λύσετε την ανίσωση $f(x) \leq 2x - 1$.

Μονάδες 9

ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

