

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Α΄ ΤΑΞΗΣ
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2010
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1ο

A. Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$ με $a \neq 0$,
και συμβολίσουμε με $S = x_1 + x_2$ και $P = x_1 \cdot x_2$
να αποδείξετε ότι:

α) $S = x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha}$ και $P = x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$

Μονάδες 10

β) η εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$ μετασχηματίζεται στην $x^2 - Sx + P = 0$

Μονάδες 5

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα, το οποίο αντιστοιχεί στην κάθε πρόταση.

α) Η εξίσωση $ax + b = 0$ με $a = 0$ και $b \neq 0$ είναι αδύνατη.

β) Αν $a > b$ τότε $ay > by$ για κάθε πραγματικό αριθμό y .

γ) Ισχύει η ισοδυναμία: $|x| = |a| \Leftrightarrow x = a$.

δ) Το σύστημα $\begin{cases} ax + by = \gamma \\ a'x + b'y = \gamma' \end{cases}$ έχει μοναδική λύση όταν $D = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} \neq 0$

Μονάδες 4

Γ. Να μεταφερθούν οι παρακάτω προτάσεις στο τετράδιο σας συμπληρωμένες.

α) $d(a, b) = | \dots \dots \dots |$ όπου $d(a, b)$ η απόσταση των αριθμών a, b επάνω στον άξονα των πραγματικών αριθμών.

β) Τα σημεία $A(a, b)$ και $B(\dots, \dots)$ είναι συμμετρικά ως προς τη διχοτόμο της $1^{\text{ης}}$ και $3^{\text{ης}}$ γωνίας των αξόνων.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2^ο

α) Να λυθεί στο $\mathbb{R}$ η εξίσωση: $3x^2 - 11x - 4 = 0$

Μονάδες 10

β) Για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση:

$$A = \frac{x^2 - 4x}{3x^2 - 11x - 4}$$

Μονάδες 5

γ) Να αποδειχθεί ότι: $A = \frac{x}{3x + 1}$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3^ο

α) Να αποδειχθεί ότι το σύστημα: $\begin{cases} \lambda x - y = -2\lambda \\ x + \lambda y = \lambda^2 - 1 \end{cases}$ έχει ορίζουσα $D = \lambda^2 + 1$.

Μονάδες 8

β) Να δικαιολογηθεί ότι το σύστημα έχει μοναδική λύση, την οποία και να υπολογίσετε.

Μονάδες 10

γ) Αν $(x_0, y_0) = (-1, \lambda)$ είναι η λύση του συστήματος να υπολογιστούν οι τιμές του λ που επαληθεύουν την εξίσωση: $|x_0 + y_0| = 2$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται η εξίσωση: $x^2 + (\lambda - 2)x - 2\lambda = 0$.

α) Να αποδειχθεί ότι η εξίσωση έχει ρίζες στο $\mathbb{R}$ για κάθε τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 8

β) Να βρεθεί ο λ αν μια ρίζα της εξίσωσης είναι ο -1 .

Μονάδες 7

γ) Αν $\lambda = 1$ και η εξίσωση έχει ρίζες x_1, x_2 με $x_1 < x_2$, να λυθεί η ανίσωση:

$$|x_1 + x_2 \cdot x| < 5$$

Μονάδες 10

ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ