

ΩΡΙΑΙΑ ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ

ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΤΑΞΗ : Γ'

ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ: ΒΕΡΥΚΙΟΣ ΧΡΥΣΟΒΑΛΑΝΤΗΣ

Θέμα 1^ο

Να διατυπώσετε και να αποδείξετε το Θεώρημα Ενδιαμέσων Τιμών. **(25 μ)**

Θέμα 2^ο

Να μελετήσετε ως προς την συνέχεια την συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} 4x^3 - 2, & x \leq 1 \\ \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}, & x > 1 \end{cases} \quad (25\mu)$$

Θέμα 3^ο

Να βρείτε το πρόσημο της συνάρτησης $f(x) = \eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x$ για τις τιμές του x , με $x \in [0, 2\pi]$. **(25μ)**

Θέμα 4^ο

Έστω f συνεχής συνάρτηση στο διάστημα $[0, 1]$ για την οποία ισχύουν:

$$\eta\mu 2x \leq x f(x) \leq 2x \text{ για κάθε } x \in [0, 1] \text{ και } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{x - 1} = 3$$

A. Να δείξετε ότι $f(0) = f(1) = 2$. **(13μ)**

B. Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της f τέμνει την ευθεία $\varepsilon: 2x + y - 3 = 0$ σε ένα τουλάχιστον σημείο με τετμημένη στο διάστημα $(0, 1)$. **(12μ)**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Ο ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ