

ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Β' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΕΡΙΟΔΟΥ: ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2009
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1^ο :

A1. Να γράψετε την εξίσωση του κύκλου με κέντρο την αρχή των αξόνων και ακτίνα ρ .

(Μονάδες 2)

A2. Πότε ένας κύκλος λέγεται μοναδιαίος;

(Μονάδες 2)

A3. Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη του κύκλου $x^2 + y^2 = \rho^2$ στο σημείο του $A(x_1, y_1)$ έχει εξίσωση $xx_1 + yy_1 = \rho^2$

(Μονάδες 9)

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Η εξίσωση $ax + by + 2009 = 0$ παριστάνει ευθεία για οποισδήποτε τιμές των a και b .

(Μονάδες 3)

β. Η εκκεντρότητα ε της έλλειψης $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$ δίνεται από τον τύπο

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}}{\alpha}.$$

(Μονάδες 3)

γ. Αν για τα μη μηδενικά διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ ισχύει $\vec{\alpha} \uparrow \downarrow \vec{\beta}$, τότε:

$$\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$$

(Μονάδες 3)

Γ. Να μεταφέρεται στην κόλλα σας την παρακάτω ημιτελή πρόταση σωστά συμπληρωμένη.

«Αν η εξίσωση $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει κύκλο, τότε το κέντρο του είναι το σημείο $K(.,.,.)$ και η ακτίνα του ρ δίνεται από τον τύπο $\rho = .,.,.,.,.$ »

(Μονάδες 3)

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται ο κύκλος $C: (x+2)^2 + (y-1)^2 = 4$ και η ευθεία $\varepsilon: x - \lambda y = 0$ όπου $\lambda \in \mathbb{R}$.

α. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ η ευθεία εφάπτεται στον κύκλο.

(Μονάδες 12)

β. Αν $\lambda = \frac{4}{3}$, τότε να βρείτε:

i) Το κοινό σημείο M της ευθείας ε και του κύκλου C .

(Μονάδες 7)

ii) Την εξίσωση της ευθείας MK , όπου M το σημείο του προηγούμενου ερωτήματος και K το κέντρο του κύκλου C .

(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται η εξίσωση $x + y - 2 + \lambda(x - y + 1) = 0$ (1) όπου $\lambda \in \mathbb{R}$.

α. Να αποδείξετε ότι για κάθε τιμή του λ η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία γραμμή.

(Μονάδες 6)

β. Να αποδείξετε ότι όλες οι ευθείες που ορίζονται από την εξίσωση (1) διέρχονται από το ίδιο σημείο.

(Μονάδες 6)

γ. Να βρείτε ποια από τις παραπάνω ευθείες σχηματίζει με τον άξονα $x x'$ γωνία $\frac{3\pi}{4}$.

(Μονάδες 6)

δ. Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η απόσταση του σημείου $M(-1,1)$ από την ευθεία $x + y - 2 + \lambda(x - y + 1) = 0$ ισούται με $\sqrt{2}$.

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 4^ο

Έστω η έλλειψη $c: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ και τα σημεία της $M(4,\alpha)$, $N(0,\beta)$ με $\beta > 0$

και K το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος MN .

α. Να αποδείξετε ότι $\alpha = 0$ και $\beta = 2$.

(Μονάδες 4)

β. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας OK , όπου O η αρχή του συστήματος συντεταγμένων.

(Μονάδες 4)

γ) Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών εφάπτονται στην έλλειψη και είναι παράλληλες στην ευθεία MN
και να εξετάσετε αν τα σημεία επαφής και το σημείο K είναι σημεία συνεθιακά.

(Μονάδες 8)

ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!