

ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Β' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΕΡΙΟΔΟΥ: ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2009
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤ. - ΤΕΧΝ. ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Θέμα 1^ο

*A. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο γραπτό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση:*

α. Αν $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$, τότε $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$.

β. Η εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου $C: x^2 + y^2 = \rho^2$ στο σημείο του $A(x_1, y_1)$ είναι η: $xx_1 + yy_1 = \rho^2$.

γ. Η εξίσωση της παραβολής με εστία $E\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ και διευθετούσα $\delta: x = -\frac{p}{2}$ είναι η $x^2 = 2py$.

δ. Αν ε είναι η εκκεντρότητα της έλλειψης $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$ τότε $\frac{\beta}{\alpha} = \sqrt{1 - \varepsilon^2}$.

ε. Η υπερβολή C με εξίσωση $\frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1$ έχει ασύμπτωτες τις ευθείες $y = \frac{\alpha}{\beta}x$ και $y = -\frac{\alpha}{\beta}x$.

(Μονάδες 2X5=10)

B. Να αντιγράψετε στο γραπτό σας και να συμπληρώσετε την παρακάτω πρόταση:

Η εξίσωση $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει κύκλο αν και μόνο αν
Στην περίπτωση αυτή το κέντρο του κύκλου είναι το σημείο $K(\dots, \dots)$ και η ακτίνα του κύκλου είναι η $\rho = \dots$

(Μονάδες 9)

Γ. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$, $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ και $\vec{\gamma} = (x_3, y_3)$.

Να αποδείξετε ότι: $\vec{\alpha} \cdot (\vec{\beta} + \vec{\gamma}) = \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} + \vec{\alpha} \cdot \vec{\gamma}$.

(Μονάδες 6)

Θέμα 2^ο

Δίνεται ο κύκλος $C: x^2 + y^2 = 10$.

α) Να βρείτε το κέντρο του κύκλου C .

(Μονάδες 4)

β) Να βρείτε την ακτίνα του κύκλου C .

(Μονάδες 4)

γ) Αποδείξτε ότι ο παραπάνω κύκλος διέρχεται από το σημείο $M(-1, 3)$.

(Μονάδες 5)

- δ) Βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης ε του κύκλου C στο σημείο $M(-1,3)$.
(Μονάδες 6)
- ε) Υπολογίστε το εμβαδό του τριγώνου που σχηματίζει η εφαπτόμενη ε του ερωτήματος δ) με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.
(Μονάδες 6)

Θέμα 3^ο

Δίνονται τα σημεία $A(-2,4)$, $B(2,2)$, $\Gamma(0,-2)$.

- α) Να βρείτε την απόσταση των σημείων B και Γ .
(Μονάδες 3)
- β) Να αποδείξετε ότι η ευθεία $B\Gamma$ έχει εξίσωση $2x - y - 2 = 0$.
(Μονάδες 6)
- γ) Να βρείτε την απόσταση του σημείου A από την ευθεία $B\Gamma$.
(Μονάδες 5)
- δ) Να βρείτε το εμβαδό του τριγώνου $AB\Gamma$.
(Μονάδες 4)
- ε) Να βρείτε το συμμετρικό A' του σημείου A ως προς τη $B\Gamma$.
(Μονάδες 7)

Θέμα 4^ο

Έστω η παραβολή $C: y^2 = 4x$.

- α) Να αποδείξετε ότι η παραβολή C έχει εστία $E(1,0)$ και διευθετούσα $\delta: x = -1$.
(Μονάδες 3)
- β) Να αποδείξετε ότι το σημείο $M(9,6)$ ανήκει στη C και να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της C στο M .
(Μονάδες 3+4=7)
- γ) Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εφαπτόμενη τέμνει τη διευθετούσα δ στο σημείο $N\left(-1, \frac{8}{3}\right)$.
(Μονάδες 4)
- δ) Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο $\overrightarrow{NE} \cdot \overrightarrow{ME}$.
(Μονάδες 6)
- ε) Εξετάστε αν ο κύκλος με διάμετρο το τμήμα MN διέρχεται από την εστία E της παραβολής.
(Μονάδες 5)

Οδηγία: Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα.

ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!