

ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Β' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΕΡΙΟΔΟΥ: ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2009
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΘΕΤΙΚΗΣ- ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1:

A) Δίνεται ευθύγραμμο τμήμα AB με άκρα $A(\chi_1, \psi_1)$ και $B(\chi_2, \psi_2)$. Αν (χ, ψ) είναι οι συντεταγμένες του μέσου M του τμήματος AB, να αποδείξετε ότι:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad \text{και} \quad \psi = \frac{\psi_1 + \psi_2}{2}$$

Μονάδες 8

B) Χαρακτηρίστε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α) Αν $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = 0$, τότε $\vec{\alpha} = \vec{0}$ ή $\vec{\beta} = \vec{0}$.

Μονάδες 2

β) Αν $\vec{\alpha} = (\chi, \psi)$, τότε $|\vec{\alpha}| = \sqrt{\chi^2 + \psi^2}$.

Μονάδες 2

γ) Η ευθεία με εξίσωση $\chi = \chi_0$ έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = 0$.

Μονάδες 2

δ) Η εξίσωση $A\chi + B\psi + \Gamma = 0$ παριστάνει ευθεία για κάθε $A, B \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 2

Γ) Να μεταφέρετε στην κόλλα σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε.

α) Η παραβολή με εξίσωση $\psi^2 = 2\rho\chi$ έχει διευθετούσα δ:

Μονάδες 3

β) Αν λ_1, λ_2 οι συντελεστές διεύθυνσης των ευθειών ϵ_1, ϵ_2 αντίστοιχα τότε:

$$\epsilon_1 \perp \epsilon_2 \Leftrightarrow \dots\dots\dots$$

Μονάδες 3

γ) Η εφαπτομένη (ϵ) του κύκλου C: $\chi^2 + \psi^2 = \rho^2$ σε ένα σημείο του $A(\chi_1, \psi_1)$, έχει εξίσωση:

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ 2:

Δίνονται τα διανύσματα:

$$\vec{v} = (2, -6), \vec{\alpha} = (-3, -1), \vec{\beta} = (-2, 1) \text{ και } \vec{u} = (\mu, 2 - 2\mu), \mu \in \mathbb{R}.$$

A) Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ δεν είναι παράλληλα.

Μονάδες 7

B) Να βρείτε τα $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$ ώστε να ισχύει η ισότητα: $\vec{v} = \kappa \cdot \vec{\alpha} + \lambda \cdot \vec{\beta}$

Μονάδες 10

Γ) Αν $\vec{u} \perp \vec{\alpha}$, να βρεθεί η τιμή του $\mu \in \mathbb{R}$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 3:

Θεωρούμε τα σημεία $A(4,0)$, $B(2,2)$ και $\Gamma(\lambda, \lambda-1)$ με $\lambda \in \mathbb{R}$ και το μέσο M του ευθυγράμμου τμήματος AB .

A) i) Να βρείτε τις συντεταγμένες του M .

Μονάδες 4

ii) Αν $M(3,1)$, τότε να βρείτε την εξίσωση της μεσοκαθέτου ε του ευθυγράμμου τμήματος AB .

Μονάδες 5

B) Για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ να βρείτε τη γραμμή πάνω στην οποία κινείται το σημείο Γ .

Μονάδες 7

Γ) Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ισχύει $(AB\Gamma)=1$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4:

Δίνεται η έλλειψη $C_1: 2x^2 + y^2 = 6$ και η εξίσωση $x^2 + y^2 - 2x - 1 = 0$ (1).

A) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης ε της έλλειψης στο σημείο της $M(1,2)$.

Μονάδες 8

B) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο με κέντρο $K(1,0)$ και ακτίνα $\rho = \sqrt{2}$.

Μονάδες 8

Γ) Να αποδείξετε ότι η ευθεία $x+y=3$ είναι κοινή εφαπτομένη της έλλειψης και του κύκλου.

Μονάδες 9

ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!