

ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Β' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΕΡΙΟΔΟΥ: ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2009
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1:

A) Να αποδείξετε ότι:

αν $\alpha > 0$ με $\alpha \neq 1$, τότε για οποιουδήποτε $\theta > 0$ και $\kappa \in \mathbb{R}$ ισχύει:

$$\log_{\alpha} \theta^{\kappa} = \kappa \cdot \log_{\alpha} \theta$$

Μονάδες 9

B) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος**, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α) Ισχύει η ισότητα: $\varepsilon\phi^2\alpha = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{1 + \sigma\upsilon\nu 2\alpha}$, με $\sigma\upsilon\nu 2\alpha \neq -1$.

Μονάδες 2

β) Αν το $x+p$ είναι παράγοντας ενός πολωνύμου $P(x)$, τότε $P(p)=0$.

Μονάδες 2

γ) Το μηδενικό πολώνυμο έχει βαθμό μηδέν.

Μονάδες 2

δ) Η συνάρτηση $f(x) = a^x$ με $a > 1$ είναι γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$.

Μονάδες 2

ε) Για κάθε $\theta > 0$ ισχύει η ισοδυναμία: $\ln \theta = \chi \Leftrightarrow e^{\chi} = \theta$

Μονάδες 2

Γ) Να μεταφέρετε στην κόλλα σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε.

α) Αν $\alpha > 0$ και $a \neq 1$ τότε για οποιουδήποτε $\theta_1, \theta_2 > 0$ ισχύει:

$$\log_{\alpha}(\theta_1 \cdot \theta_2) = \dots\dots\dots$$

Μονάδες 2

β) Τρεις αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου αν και μόνο αν ισχύει $\dots\dots\dots$

Μονάδες 2

γ) $\varepsilon\phi(\alpha+\beta) = \frac{\varepsilon\phi\alpha \dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$, όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ με $\sigma\upsilon\nu\alpha(\alpha+\beta) \neq 0$, $\sigma\upsilon\nu\alpha \neq 0$ και $\sigma\upsilon\nu\beta \neq 0$

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2:

Δίνεται το πολώνυμο $P(x) = 2x^3 - 5x^2 + \alpha x + 3$, όπου α πραγματικός αριθμός.

A) Αν ο αριθμός -1 είναι ρίζα του $P(x)$, τότε να βρείτε την τιμή του α .

Μονάδες 7

B) Αν $\alpha = -4$, τότε να λύσετε:

α. Την εξίσωση $P(x) = 0$.

Μονάδες 10

β. Την ανίσωση $P(x) \leq 0$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 3:

Δίνονται οι συναρτήσεις: $f(x) = \sin(x + \frac{\pi}{6}) - \sin(x - \frac{\pi}{6})$ με $x \in \mathbb{R}$ και

$$g(x) = \frac{\sin 2x}{\sin x + \eta \mu x} \text{ με } x \neq \kappa\pi + \frac{3\pi}{4}, \kappa \in \mathbb{Z}$$

A) Να αποδείξετε ότι για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει $f(x) = -\eta \mu x$.

Μονάδες 10

B) Να αποδείξετε ότι για κάθε $x \in \mathbb{R}$ με $x \neq \kappa\pi + \frac{3\pi}{4}, \kappa \in \mathbb{Z}$ ισχύει:

$$g(x) = \sin x - \eta \mu x.$$

Μονάδες 6

Γ) Να λύσετε την εξίσωση: $g(x) - 1 = f(x) + \sin 2x$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4:

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(2^x - 1)$

A) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

Μονάδες 7

B) Να λύσετε την εξίσωση: $2^{2x} - 7 \cdot 2^x - 8 = 0$

Μονάδες 10

Γ) Να λύσετε την ανίσωση: $2 \cdot f(x) \leq \ln(5 \cdot 2^x + 9)$

Μονάδες 8

ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!