

ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Α΄ ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΕΡΙΟΔΟΥ: ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2009
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1:

A) Να αποδείξετε ότι για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α και β ισχύει:

$$|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$$

Μονάδες 8

B) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση:

α. Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β, γ ισχύει:

$$\alpha > \beta \Leftrightarrow \alpha \cdot \gamma > \beta \cdot \gamma$$

Μονάδες 2

β. Για οποιουσδήποτε αριθμούς α, β ισχύει:

$$d(\alpha, -\beta) = |\alpha - \beta|$$

Μονάδες 2

γ. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0, \alpha \neq 0$

$$\text{τότε } x_1 + x_2 = \frac{\beta}{\alpha}$$

Μονάδες 2

δ. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες του τριωνύμου $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0,$

$$\alpha \neq 0, \quad \text{τότε } f(x) = \alpha(x - x_1)(x - x_2)$$

Μονάδες 2

Γ) Δίνεται η εξίσωση $ax^2+bx+\gamma=0$, $a\neq 0$ και η διακρίνουσά της $\Delta=\beta^2-4\alpha\gamma$.

Στον παρακάτω πίνακα κάθε γράμμα της ΣΤΗΛΗΣ Ι αντιστοιχίζεται σε ένα μόνο αριθμό της ΣΤΗΛΗΣ ΙΙ

ΣΤΗΛΗ Ι $\Delta=\beta^2-4\alpha\gamma$	ΣΤΗΛΗ ΙΙ Η εξίσωση $ax^2+bx+\gamma=0$, $a\neq 0$
α. Αν $\Delta>0$	1. η εξίσωση έχει μία ρίζα διπλή την $x_0=-\frac{\beta}{2\alpha}$
β. Αν $\Delta=0$	2. η εξίσωση δεν έχει πραγματικές ρίζες 3. η εξίσωση έχει άπειρες λύσεις
γ. Αν $\Delta<0$	4. η εξίσωση έχει δύο ρίζες άνισες τις $x_{1,2}=\frac{-\beta\pm\sqrt{\Delta}}{2\alpha}$

Να γράψετε στη κόλλα σας τα γράμματα της ΣΤΗΛΗΣ Ι και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της ΣΤΗΛΗΣ ΙΙ που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2:

Δίνεται η εξίσωση $|2x-1|=|x-2|$ και η ανίσωση $|x-1|<2$.

A) Να λύσετε την εξίσωση.

Μονάδες 10

B) Να λύσετε την ανίσωση.

Μονάδες 10

Γ) Να βρείτε, αν υπάρχει, την κοινή ρίζα της εξίσωσης και της ανίσωσης.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3:

Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : y = (\lambda^2 + 3)x + 2$, $\lambda \in \mathbb{R}$ και $\varepsilon_2 : y = 4\lambda x + 8$ και το σημείο $\Gamma(3,3)$.

A) Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες ισχύει $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$.

Μονάδες 9

B) Αν $\lambda=1$, τότε να βρείτε τα σημεία τομής της ευθείας ε_2 με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

Μονάδες 7

Γ) Αν η ευθεία ε_2 τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$ στα σημεία $A(-2,0)$ και $B(0,8)$ αντίστοιχα, τότε να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4:

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 3x + 2}$.

A) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

Μονάδες 8

B) Να αποδείξετε ότι ο τύπος της συνάρτησης f παίρνει τη μορφή

$$f(x) = \frac{2x-1}{x-2} \text{ με } x \neq 1 \text{ και } x \neq 2$$

Μονάδες 7

Γ) Να λύσετε την ανίσωση:

$$f(x) - \frac{x^2}{x-2} \geq 0$$

Μονάδες 10

ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!