

ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Β' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΕΡΙΟΔΟΥ: ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2009
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ : 1

- A).** Αν (ε) η εφαπτομένη του κύκλου $(C): x^2 + y^2 = \rho^2$ σ' ένα σημείο του $A(x_1, y_1)$,
αποδείξτε ότι η εξίσωση της (ε) είναι $xx_1 + yy_1 = \rho^2$. (Μονάδες : 10)
- B).** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.
- α.** Αν ισχύει $\vec{a} \perp \vec{\beta}$ τότε $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = 0$. (Μονάδες : 3)
- β.** Το διάνυσμα $\vec{\delta} = (A, B)$ είναι παράλληλο προς την ευθεία $(\varepsilon): Ax + By + \Gamma = 0$. (Μονάδες : 3)
- γ.** Αν δύο ευθείες $(\varepsilon_1), (\varepsilon_2)$ είναι παράλληλες με συντελεστές διεύθυνσης λ_1 και λ_2 , τότε $\lambda_1 = \lambda_2$. (Μονάδες : 3)
- δ.** Αν $A^2 + B^2 + 4\Gamma > 0$, τότε η εξίσωση $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει κύκλο. (Μονάδες : 3)
- ε.** Αν $E(\gamma, 0)$ η εστία της έλλειψης $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$, τότε $a^2 + \beta^2 = \gamma^2$. (Μονάδες : 3)

ΘΕΜΑ : 2

Δίνονται τα σημεία $A(-1, -1), B(2, 1)$ και $\Gamma(4, 3)$.

- 1.** Να αποδείξετε ότι υπάρχει τρίγωνο με κορυφές τα σημεία A, B, Γ. (Μονάδες : 8)
- 2.** Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M του ευθύγραμμου τμήματος BΓ καθώς και τις συντεταγμένες του διανύσματος $\overrightarrow{AM}$. (Μονάδες : 8)
- 3.** Να αποδείξετε ότι $\cos(\angle \overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BM}) = \frac{7\sqrt{2}}{10}$ (Μονάδες : 9)

ΘΕΜΑ : 3

Δίνεται η εξίσωση: $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 0$ (1)

1. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο (C) του οποίου να βρείτε το κέντρο K και την ακτίνα του ρ .

(Μονάδες : 8)

2. Αν η ευθεία $(\varepsilon): 2x + y + \lambda = 0$ με $\lambda > 0$, εφάπτεται στον παραπάνω κύκλο (C) και τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$ στα σημεία A και B αντίστοιχα, τότε :

α). Να βρείτε τον αριθμό λ .

(Μονάδες : 8)

β). Να υπολογίστε το εμβαδόν του τριγώνου ABK , όπου K το κέντρο του κύκλου (C) .

(Μονάδες : 9)

ΘΕΜΑ : 4

Δίνεται η έλλειψη $C: x^2 + 3y^2 = 12$ και το σημείο της $M(-3,1)$.

1. Να βρείτε την εκκεντρότητα της έλλειψης C καθώς και την εξίσωση της εφαπτομένης της στο σημείο M .

(Μονάδες : 9)

2. Να βρείτε την εξίσωση της διχοτόμου της γωνίας $\widehat{E'ME}$ όπου E', E οι εστίες της έλλειψης.

(Μονάδες : 8)

3. Να αποδείξετε ότι, αν το σημείο $N(\kappa, \lambda)$ με $\kappa, \lambda \in \mathbb{Z}$ ανήκει στην έλλειψη C , τότε το υπόλοιπο της διαίρεσης $(11 - \kappa^2):3$ είναι $\nu = 2$.

(Μονάδες : 8)

ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!