

ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Β' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΕΡΙΟΔΟΥ: ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2009
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1ο

- A. Πότε η εξίσωση $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει κύκλο;
Ποιο είναι το κέντρο του και ποια η ακτίνα του; (5M)
- B. Αν $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ είναι δύο μη μηδενικά διανύσματα του επιπέδου και σχηματίζουν γωνία θ , να δείξετε ότι :

$$\cos \theta = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2}}$$

(10M)

Γ. Να χαρακτηρίσετε **Σωστές** ή **Λάθος** τις παρακάτω προτάσεις :

- α) $\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 1$.
- β) Οι ευθείες $x = 5$ και $y = -2$ είναι κάθετες.
- γ) Η κάθετη στην εφαπτομένη μιας έλλειψης στο σημείο επαφής M διχοτομεί τη γωνία $\widehat{E'ME}$, όπου E' και E οι εστίες της έλλειψης.
- δ) Ένας κύκλος λέγεται μοναδιαίος όταν έχει ακτίνα $\rho = 1$.
- ε) $\vec{\alpha} \uparrow \downarrow \vec{\alpha} \Leftrightarrow |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}| = \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$

(10M)

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η παραβολή $C : x^2 = 4y$ και το σημείο $A(0, -1)$. Να βρείτε :

- (i) Την εστία και τη διευθετούσα της παραβολής C. (7M)
- (ii) Την εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής C η οποία διέρχεται από το σημείο A. (10M)
- (iii) Την εξίσωση του κύκλου διαμέτρου OA όπου O η αρχή του ορθοκανονικού συστήματος. (9M)

ΘΕΜΑ 3ο

Έστω τρίγωνο με κορυφές $A(1,1)$, $B(-1,2)$ και $\Gamma(3,-1)$. Να βρείτε :

- α) Την εξίσωση της διαμέσου BM. (8M)
- β) Την απόσταση της κορυφής A από την ευθεία BΓ. (8M)
- γ) Την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη στη BΓ και απέχει από την αρχή των αξόνων O απόσταση ίση με 4. (9M)

ΘΕΜΑ 4ο

Έστω $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ δυο μη συγγραμικά διανύσματα με $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}| = 3$. Θεωρούμε τρίγωνο

ABΓ με $\vec{BA} = 2\vec{\alpha} + \vec{\beta}$ και $\vec{BG} = 3\vec{\alpha} - \vec{\beta}$. Να αποδείξετε ότι:

α) $\vec{AG} = \vec{\alpha} - 2\vec{\beta}$ και $\vec{AM} = \frac{-\vec{\alpha} - 3\vec{\beta}}{2}$, όπου AM η διάμεσος του τριγώνου ABΓ. (9M)

β) Αν $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$, τότε $\hat{B} = 45^\circ$. (9M)

γ) Το τρίγωνο ABΓ είναι ισοσκελές. (7M)

ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!