

ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Β' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΕΡΙΟΔΟΥ: ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Θέμα 1^ο

1. Να αποδειχθεί ότι αν $A^2 + B^2 - 4\Gamma > 0$, τότε η εξίσωση $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει κύκλο. Να γράψετε τις συντεταγμένες του κέντρου του κύκλου και τον τύπο της ακτίνας του. **(13 μονάδες)**

2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

A. Αν $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ είναι σημεία του καρτεσιανού επιπέδου και $M(x, y)$ είναι το μέσο του AB , τότε $x = \frac{x_2 + x_1}{2}$ και $y = \frac{y_2 + y_1}{2}$. **(2 μονάδες)**

B. Η απόσταση των σημείων $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ δίνεται από τον τύπο $(AB) = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$ **(2 μονάδες)**

Γ. Το διάνυσμα $\text{προβ}_{\vec{a}} \vec{v}$ είναι κάθετο στο διάνυσμα $\vec{a}$. **(2 μονάδες)**

Δ. Η ευθεία με εξίσωση $x = x_0$ είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$. **(2 μονάδες)**

Ε. Η εκκεντρότητα κάθε έλλειψης είναι μικρότερη από την εκκεντρότητα κάθε υπερβολής. **(2 μονάδες)**

ΣΤ. Η υπερβολή με εξίσωση $\frac{y^2}{\alpha^2} - \frac{x^2}{\beta^2} = 1$ τέμνει τον άξονα $y'y$. **(2 μονάδες)**

Θέμα 2^ο

Δίνεται η έλλειψη $C: x^2 + 9y^2 = 9$.

1. Να βρείτε τις συντεταγμένες των εστιών E' , E και τα μήκη των αξόνων της έλλειψης.
(8 μονάδες)
2. Να επαληθεύσετε ότι το σημείο $M(2, \frac{\sqrt{5}}{3})$ ανήκει στην έλλειψη και να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης ε της έλλειψης στο M .
(8 μονάδες)
3. Να υπολογίσετε το μ για το οποίο η ευθεία $\delta: \frac{1}{\mu}x + \frac{3}{2}y - 4 = 0$ είναι παράλληλη με την ε .
(9 μονάδες)

Θέμα 3^ο

Δίνεται ο κύκλος $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 10$ και το σημείο του $M(2,5)$

1. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης ε του κύκλου, με σημείο επαφής το M .
(13 μονάδες)
2. Αν N είναι το σημείο τομής του κύκλου με τον άξονα $y'y$ για το οποίο $y_N < 0$, να βρείτε το σημείο N και να υπολογίσετε την απόσταση του από την ε .
(12 μονάδες)

Θέμα 4^ο

Δίνεται η υπερβολή $C: x^2 - y^2 = 1$ και σημείο της $M(x_M, y_M)$ με $y_M > 0$.

Η εφαπτομένη ε της υπερβολής με σημείο επαφής το σημείο M τέμνει τις εφαπτόμενες της υπερβολής στις κορυφές της A, A' στα σημεία B, Γ αντίστοιχα.

1. Να δείξετε ότι $B: \left(1, \frac{x_M - 1}{y_M}\right)$ και $\Gamma: \left(-1, -\frac{x_M + 1}{y_M}\right)$. **(12 μονάδες)**

2. Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου M , όταν ισχύει $|\overrightarrow{A\Gamma}| = 2|\overrightarrow{AB}|$
(13 μονάδες)

ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!
