

ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Β' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΕΡΙΟΔΟΥ: ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

Θέμα 1^ο

Α. Έστω $(ε)$ η εφαπτομένη του κύκλου $C: x^2 + y^2 = \rho^2$ σε ένα σημείο του $A(x_1, y_1)$. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της $(ε)$ είναι : $xx_1 + yy_1 = \rho^2$ (Μον. 15)

Β. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

1. Αν $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{b}$, τότε $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ και αντιστρόφως.
2. Τα μοναδιαία διανύσματα $\vec{i}$, $\vec{j}$ είναι ίσα.
3. Η ευθεία με εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ είναι κάθετη στο διάνυσμα $\vec{n} = (A, B)$.
4. Κάθε κύκλος έχει εξίσωση της μορφής : $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$, με $A^2 + B^2 > 4\Gamma$
5. Οι ελλείψεις με την ίδια εκκεντρότητα λέγονται όμοιες. (Μον. 2 X 5 = 10)

Θέμα 2^ο

Δίνονται τα σημεία $A(1, \lambda)$, $B(-\lambda, \lambda+1)$, $\Gamma(2, 2\lambda)$.

α. Να αποδείξετε ότι τα σημεία A , B , Γ ορίζουν τρίγωνο για κάθε τιμή του πραγματικού αριθμού λ . (Μον. 15)

β. Να βρείτε κάθε τιμή του πραγματικού αριθμού λ ώστε το εμβαδό του τριγώνου $AB\Gamma$ να είναι $\frac{7}{2}$

(Μον. 15)

Θέμα 3^ο

Έστω η ευθεία $(ε)$ με εξίσωση $ax + by = 0$ και η εξίσωση $x^2 + y^2 - 2ax - 2by = 0$ (C).

Α) Να αποδείξετε ότι:

- 1) Η εξίσωση (C) παριστάνει κύκλο του οποίου να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα. (Μον. 10)
- 2) Η ευθεία $(ε)$ εφάπτεται του κύκλου (C) (Μον. 11)

Β) Να βρεθούν οι συντεταγμένες του σημείου επαφής. (Μον. 4)

Θέμα 4^ο

Δίνονται τα σημεία $A(x_0, 0)$, $B(0, 2)$ με $x_0 \neq 0$ και το διάνυσμα $\vec{\delta} = (x_0, y_0)$ με $y_0 > 0$

α. Να δείξετε ότι η ευθεία **(ε)** που διέρχεται από τα A, B έχει εξίσωση $\frac{x}{x_0} + \frac{y}{2} = 1$

(Μον.6)

β. Αν η ευθεία **(ε)** και το διάνυσμα $\vec{\delta}$ είναι κάθετα μεταξύ τους τότε να δείξετε ότι τα σημεία $M(x_0, y_0)$ ανήκουν στην παραβολή με εξίσωση $x^2 = 2y$ **(π)** (Μον.9)

γ. Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτόμενων της παραβολής **(π)** που διέρχονται από το σημείο $P(0, -2)$ (Μον.10)

ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!