

ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Β' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΕΡΙΟΔΟΥ: ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Α. Αν $\vec{a}, \vec{v}$ είναι δύο διανύσματα του επιπέδου με $\vec{a} \neq \vec{0}$ και η προβολή του $\vec{v}$ πάνω στο $\vec{a}$ συμβολίζεται με $\text{προβ}_{\vec{a}} \vec{v}$, τότε να αποδείξετε ότι $\vec{a} \cdot \vec{v} = \vec{a} \cdot \text{προβ}_{\vec{a}} \vec{v}$.

Μονάδες 10

Β. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Η εξίσωση της έλλειψης με εστίες τα σημεία $E'(-\gamma, 0)$, $E(\gamma, 0)$ με σταθερό άθροισμα $2a$ είναι $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ όπου $b = \sqrt{\gamma^2 - a^2}$.

β. Η εξίσωση της εφαπτομένης της υπερβολής $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ στο σημείο της $A(x_1, y_1)$ είναι:

$$\frac{xx_1}{a^2} - \frac{yy_1}{b^2} = 1$$

γ. Το εσωτερικό γινόμενο δύο μη μηδενικών διανυσμάτων είναι:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \sin(\vec{a}, \vec{b})$$

δ. Αν Α, Β, Γ είναι κορυφές του τριγώνου ΑΒΓ, τότε το εμβαδόν του είναι:

$$(AB\Gamma) = \frac{1}{2} \det(\overline{AB}, \overline{AG})$$

ε. Η εξίσωση $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ με $A^2 + B^2 - 4\Gamma > 0$ παριστάνει κύκλο με κέντρο:

$$K\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right).$$

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνονται τα σημεία $A(2,3)$, $B(1,1)$, $\Gamma(-2,1)$.

α. Αν Δ σημείο ώστε $\overline{FD} = 2\overline{AB}$ να βρεθούν οι συντεταγμένες του $\overline{AD}$.

Μονάδες 12

β. Να βρεθεί το συνημίτονο της γωνίας των διανυσμάτων $\left(\overline{AB}, \overline{AG}\right)$.

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται η ευθεία (ε) : $x-y=2$ που τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$ στα σημεία A και B αντίστοιχα και $O(0,0)$.

α. Να βρεθεί η εξίσωση της διαμέσου AM του τριγώνου OAB.

Μονάδες 5

β. Να βρεθεί η ελάχιστη απόσταση του $O(0,0)$ από την ευθεία (ε).

Μονάδες 8

γ. Να βρεθούν οι συντεταγμένες του σημείου της ευθείας (ε) που έχει την ελάχιστη απόσταση από το O.

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + y^2 - 2\alpha x + 2(\alpha + 2)y + 2(\alpha + 1)^2 = 0$, (1) όπου $\alpha \in \mathbb{R}$.

α. Να δείξετε ότι η (1) παριστάνει κύκλο για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$, του οποίου να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα.

Μονάδες 10

β. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε) στην οποία κινείται το κέντρο του κύκλου , καθώς το α μεταβάλλεται στο $\mathbb{R}$.

Μονάδες 10

γ. Αν (ε) είναι η $x+y+2=0$, να βρείτε δύο σταθερές ευθείες παράλληλες στην (ε), στις οποίες εφάπτονται οι παραπάνω κύκλοι, καθώς το α μεταβάλλεται στο $\mathbb{R}$.

Μονάδες 5

ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!
