

ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Β' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΕΡΙΟΔΟΥ: ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2009
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

A) Έστω δύο σημεία $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ του καρτεσιανού επιπέδου και $M(x, y)$ το μέσον του AB . Να δείξετε ότι ισχύει: $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$ και $y = \frac{y_1 + y_2}{2}$.
 (10 μονάδες)

B) Η εφαπτομένη της παραβολής C με εξίσωση $x^2 = 2p y$ στο σημείο της $M(x_1, y_1)$, έχει εξίσωση
 (5 μονάδες)

Γ) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α) Αν $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{b}$ τότε $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ και αντιστρόφως.

β) Η εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει ευθεία μόνον όταν A και $B \neq 0$.

γ) Αν $\vec{\alpha}, \vec{\nu}$ δύο διανύσματα του επιπέδου με $\vec{\alpha} \neq \vec{0}$ τότε $\vec{\alpha} \cdot \vec{\nu} = |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\nu}| \cdot \cos \theta$.

δ) Η απόσταση του σημείου $M_0(x_0, y_0)$ από την ευθεία $(\varepsilon) : Ax + By + \Gamma = 0$ δίνεται από τον τύπο $d(M_0, \varepsilon) = \frac{Ax_0 + By_0 + \Gamma}{\sqrt{A^2 + B^2}}$.

ε) Κάθε εξίσωση της μορφής $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ με $B^2 - 4A\Gamma > 0$ είναι εξίσωση κύκλου.

(5x2=10 μονάδες)

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{w}, \vec{v}$ με $|\vec{w}| = 1$, $|\vec{v}| = 2$ και $(\widehat{\vec{w}, \vec{v}}) = 60^\circ$ και το τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\vec{AB} = \vec{w} - \vec{v}$, $\vec{B\Gamma} = 2\vec{w} + 4\vec{v}$.

i) Να δείξετε ότι $\vec{w} \cdot \vec{v} = 1$ (5 μονάδες)

ii) Να υπολογίσετε το $\vec{A\Gamma}$, συναρτήσει των $\vec{w}, \vec{v}$. (5 μονάδες)

iii) Αν M είναι μέσον του $B\Gamma$, τότε δείξτε ότι $\vec{AM} = 2\vec{w} + \vec{v}$. (6 μονάδες)

iv) Να υπολογίσετε το μήκος της διαμέσου AM . (9 μονάδες)

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται η εξίσωση $x-y+1+\mu(x+2y-1)=0$ ⁽¹⁾ με $\mu \in \mathbb{R}$.

- ι) Να δείξετε ότι η (1) παριστάνει ευθεία για κάθε πραγματικό αριθμό μ .
(5 μονάδες)
- ιι) Να βρείτε, ποια από τις παραπάνω ευθείες, περνά από το σημείο $A(0,1)$
(5 μονάδες)
- ιιι) Αν B το σημείο τομής της ευθείας (ε): $x-y+1=0$ με τον άξονα xx' , τότε να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου OAB , όπου O η αρχή των αξόνων.
(5 μονάδες)
- ιiv) Να βρείτε την απόσταση της αρχής $O(0,0)$ των αξόνων από την ευθεία $x-y+1=0$
(10 μονάδες)

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται η παραβολή $y^2=2px$ και το σημείο της $A(1,2)$.

- ι) Να βρεθεί η εστία E και η διευθετούσα δ της παραβολής.
(5 μονάδες)
- ιι) Ναδειχθεί ότι η εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής που περνά από το $B(0, 1)$ και δεν είναι κατακόρυφη, είναι η (ε): $y=x+1$.
(10 μονάδες)
- ιιι) Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου που έχει κέντρο το σημείο $K(-2,3)$ και εφάπτεται της παραπάνω εφαπτομένης (ε).
(10 μονάδες)

Απαντήστε σε όλα τα θέματα .

ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!