

ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Β' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΕΡΙΟΔΟΥ: ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2009
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

A) i) Να συμπληρώσετε στην κόλλα σας τους τύπους:

$$\sin(\alpha+\beta)=\dots, \quad \eta\mu(\alpha-\beta)=\dots, \quad \epsilon\phi(\alpha+\beta)=\dots$$

(Μονάδες 6)

ii) Να αποδείξετε ότι $\eta\mu 2\alpha = 2\eta\mu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha$.

(Μονάδες 6)

B) Πότε μια ακολουθία (α_n) λέγεται αριθμητική πρόοδος;

(Μονάδες 5)

Γ) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α) Η συνάρτηση $f(x)=a^x$, με $1 \neq a > 0$ έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$ και σύνολο τιμών το $(0, +\infty)$.

(Μονάδες 2)

β) Η συνάρτηση $f(x)=\ln x$, $x > 0$ είναι γνησίως αύξουσα.

(Μονάδες 2)

γ) Αν $\theta > 0$ ισχύει: $\ln \theta = x \Leftrightarrow e^x = \theta$.

(Μονάδες 2)

δ) Αν $\theta_1 > 0$, $\theta_2 > 0$ και $1 \neq a > 0$ ισχύει: $\log_a(\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_a \theta_1 + \log_a \theta_2$.

(Μονάδες 2)

ΘΕΜΑ 2^ο

Αν το πολυώνυμο $P(x)=2x^3+(a^2+1)x^2-(a+2)x-3$, με $a \in \mathbb{R}$ έχει παράγοντα το $x-1$, τότε:

α) Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού a .

(Μονάδες 10)

β) Για $a=2$ να λύσετε την εξίσωση $P(x)=0$.

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\log(2^x-1)$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.

(Μονάδες 8)

β) Να λυθεί η εξίσωση $f(x)=\log 3$.

(Μονάδες 8)

γ) Να βρεθούν τα κοινά σημεία της γραφικής παράστασης της f και της ευθείας $y=1$.

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνονται οι αριθμοί $\alpha=1$, $\beta=\sin^2\theta$, $\gamma=\sin 2\theta$, όπου η γωνία θ ικανοποιεί τη σχέση $0<\theta<\frac{\pi}{2}$

α) Να αποδείξετε ότι οι αριθμοί α, β, γ , με τη σειρά που δίνονται, αποτελούν διαδοχικούς όρους μιας αριθμητικής προόδου.

(Μονάδες 9)

β) Να βρείτε τη διαφορά ω της αριθμητικής προόδου, του παραπάνω ερωτήματος, και να την εκφράσετε ως συνάρτηση του $\eta\mu\theta$.

(Μονάδες 8)

γ) Αν $\omega=\sin^2\theta-1$, τότε να βρείτε για ποιες τιμές του θ ισχύει $4\omega=-1$.

(Μονάδες 8)

ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!