

ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Β' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΕΡΙΟΔΟΥ: ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2009
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ : 1

A). Να δοθεί ο ορισμός του λογαρίθμου ενός θετικού αριθμού θ ως προς θετική βάση $a \neq 1$. (Μονάδες : 6)

B). Αποδείξτε ότι : $\varepsilon\varphi(\alpha + \beta) = \frac{\varepsilon\varphi\alpha + \varepsilon\varphi\beta}{1 - \varepsilon\varphi\alpha \cdot \varepsilon\varphi\beta}$ με $\sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta) \neq 0$, $\sigma\upsilon\nu\alpha \neq 0$ και $\sigma\upsilon\nu\beta \neq 0$. (Μονάδες : 10)

Γ). Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση

α. Αν $P(p) = 0$, τότε το $x - p$ είναι παράγοντας του πολυωνύμου $P(x)$. (Μονάδες : 3)

β. Για κάθε $a \in \mathbb{R}$ ισχύει $\sigma\upsilon\nu 2a = 1 - 2\sigma\upsilon\nu^2 a$. (Μονάδες : 3)

γ. Αν $(a_n), n \in \mathbb{N}^*$ αριθμητική πρόοδος, τότε το άθροισμα των n -πρώτων όρων της δίνεται από την ισότητα $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$. (Μονάδες : 3)

ΘΕΜΑ : 2

Σε αριθμητική πρόοδο $(a_n), n \in \mathbb{N}^*$ ισχύει $a_{12} - a_{10} = 4$.

1. Να αποδείξετε ότι η διαφορά της προόδου είναι 2. (Μονάδες : 6)

2. Αν ο πρώτος της όρος είναι $a_1 = -3$ τότε :

α). Να αποδείξετε ότι $a_n = 2n - 5$. (Μονάδες : 9)

β). Να βρείτε πόσους πρώτους όρους της αριθμητικής προόδου πρέπει να προσθέσουμε για να έχουν άθροισμα 21. (Μονάδες : 10)

ΘΕΜΑ : 3

Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x) = x^3 - 7x + 3a$ και $Q(x) = x^2 - 3x + \beta$ με $a, \beta \in \mathbb{R}$. Αν το $x - 1$ είναι παράγοντας του $P(x)$ και το 2 είναι ρίζα του $Q(x)$, τότε:

1. Να αποδείξετε ότι $a = \beta = 2$.

(Μονάδες : 8)

2. Να λύσετε την εξίσωση : $P(x) = Q(x)$.

(Μονάδες : 9)

3. Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης P βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$.

(Μονάδες : 8)

ΘΕΜΑ : 4

Έστω η συνάρτηση $f(x) = 2 \ln x + \frac{1}{\ln x}$.

1. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της f .

(Μονάδες : 8)

2. Αν A το πεδίο ορισμού της f , τότε να αποδείξετε ότι για κάθε $x \in A$ ισχύει:

$$f\left(\frac{1}{x}\right) + f(x) = 0.$$

(Μονάδες : 9)

3. Να λύσετε την εξίσωση : $f(x) - f\left(\frac{1}{x}\right) = 6$

(Μονάδες : 8)

ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!