

ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Β' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΕΡΙΟΔΟΥ: ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2009
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ

Θέμα 1ο

A. Αν για τις γωνίες α, β ορίζονται οι $\varepsilon\varphi(\alpha + \beta)$, $\varepsilon\varphi\alpha$ και $\varepsilon\varphi\beta$ και ισχύει $\sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta) \neq 0$, $\sigma\upsilon\nu\alpha \neq 0$ και $\sigma\upsilon\nu\beta \neq 0$ να δείξετε ότι : $\varepsilon\varphi(\alpha + \beta) = \frac{\varepsilon\varphi\alpha + \varepsilon\varphi\beta}{1 - \varepsilon\varphi\alpha\varepsilon\varphi\beta}$ (15M)

B. Να χαρακτηρίσετε Σωστές ή Λάθος τις παρακάτω προτάσεις :

α) Για κάθε γωνία α ισχύει : $1 + \sigma\upsilon\nu 2\alpha = 2\sigma\upsilon\nu^2\alpha$.

β) Το μηδενικό πολυώνυμο είναι μηδενικού βαθμού.

γ) Αν $\alpha > 0$ με $\alpha \neq 1$ τότε για οποιαδήποτε $\theta_1, \theta_2 > 0$ ισχύει $\log_\alpha(\theta_1 + \theta_2) = \log_\alpha \theta_1 + \log_\alpha \theta_2$

δ) Η συνάρτηση $f(x) = a^x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ είναι γνησίως φθίνουσα όταν $0 < a < 1$.

ε) Ισχύει $e^x = \theta \Leftrightarrow \ln \theta = x$, $\theta > 0$ (10M)

Θέμα 2ο

Για τις γωνίες α, β ισχύει $\sigma\upsilon\nu\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ και $\eta\mu\beta = \frac{1}{2}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$

α) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu 2\alpha$, $\sigma\upsilon\nu 2\beta$ και $\varepsilon\varphi 2\beta$ (16M)

β) Να αποδείξετε ότι $\sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) + \eta\mu(\alpha - \beta) = \frac{\sqrt{6}}{2}$ (9M)

Θέμα 3ο

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - (\alpha - 3)x^2 + (\beta + 6)x - 6$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ που έχει παράγοντα το $x - 1$ και ισχύει $P(4) = 6$.

α) Να δείξετε ότι $\alpha = 9$ και $\beta = 5$. (8M)

β) Να γίνει η διαίρεση του πολυωνύμου $P(x)$ με το $x + 1$ αν $\alpha = 9$ και $\beta = 5$ και να γραφεί η ταυτότητα της ευκλείδειας διαίρεσης. (5M)

γ) Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$ αν $\alpha = 9$ και $\beta = 5$. (12M)

Θέμα 4ο

Έστω $\alpha = \ln 2$, $\beta = \ln(2^x - 1)$ και $\gamma = \ln\left(\frac{2^x + 5}{2}\right)$

α) Να βρείτε για ποιες τιμές του $x \in \mathbb{R}$ ορίζεται η παράσταση $\ln(2^x - 1)$. (8M)

β) Να βρείτε για ποιες τιμές του x οι α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου. (17M)

ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!