

ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Β' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΕΡΙΟΔΟΥ: ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2009
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Αν $\alpha > 0$ με $\alpha \neq 1$, τότε να αποδείξετε ότι για οποιουσδήποτε $\theta_1, \theta_2 > 0$ και $\kappa \in \mathbb{R}$ ισχύει $\log_{\alpha}(\theta_1 \theta_2) = \log_{\alpha} \theta_1 + \log_{\alpha} \theta_2$.

Μονάδες 9

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1) $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \sin \beta + \eta \mu \alpha \eta \mu \beta$

2) $\eta \mu x = \eta \mu \theta \Leftrightarrow x = 2\kappa\pi \pm \theta, \kappa \in \mathbb{Z}$

3) Για το μηδενικό πολυώνυμο δεν ορίζεται βαθμός.

4) $\sin 2\alpha = 2\sin^2 \alpha - 1$

5) Για κάθε $\alpha > 0$ και $\alpha \neq 1$ ισχύει $\log_{\alpha} \alpha = 1$.

6) Η συνάρτηση $f(x) = \alpha^x$ με $\alpha > 1$ έχει σύνολο τιμών το $\mathbb{R}$.

7) $\varepsilon \varphi(\alpha + \beta) = \frac{\varepsilon \varphi \alpha + \varepsilon \varphi \beta}{1 - \varepsilon \varphi \alpha \varepsilon \varphi \beta}$.

8) Η συνάρτηση $f(x) = \ln x$ είναι γνησίως φθίνουσα στο $(0, +\infty)$.

Μονάδες 16

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - (\alpha + \beta)x^2 + (3\alpha - 1)x - 2$.

A. Αν το $P(x)$ έχει παράγοντες τους $x-1$ και $x-2$, τότε να αποδείξετε ότι $\alpha = \beta = 2$.

Μονάδες 9

B. Για $\alpha = \beta = 2$:

α) Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.

Μονάδες 8

β) Να λύσετε την ανίσωση $P(x) < 0$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2\eta\mu x - \eta\mu 2x}{2\eta\mu x + \eta\mu 2x}$.

α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

Μονάδες 8

β. Αν A το πεδίο ορισμού της f , τότε να αποδείξετε ότι για κά-

θε $x \in A$ ισχύει $f(x) = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu x}{1 + \sigma\upsilon\nu x}$.

Μονάδες 8

γ. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 3$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\log(2^x-1)$.

α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

Μονάδες 5

β. Να λύσετε την ανίσωση $\log(2^x+26) > 1+f(x)$.

Μονάδες 10

γ. Να λύσετε την εξίσωση $2f(x) = \log 2 + \log(2^x+3)$.

Μονάδες 10

ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!