

ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Α΄ ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΕΡΙΟΔΟΥ: ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2009
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1ο

A. Έστω x_1 και x_2 οι ρίζες της εξίσωσης : $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$. Αν με S συμβολίσουμε το άθροισμα $x_1 + x_2$ και με P το γινόμενο $x_1 \cdot x_2$ των ριζών αυτών, να

αποδείξετε ότι : $S = x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha}$ και $P = x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$ (9M)

B. Αν οι εκφράσεις της στήλης Β αναφέρονται στο πλήθος των λύσεων της εξίσωσης $\alpha x + \beta = 0$, τότε να γράψετε στην κόλλα σας τους αριθμούς της στήλης Α και δίπλα σε κάθε αριθμό το γράμμα της στήλης Β που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. (6M)

Στήλη Α	Στήλη Β
1. $\alpha = 0$ και $\beta \neq 0$	A. μία
2. $\alpha \neq 0$	B. άπειρες
3. $\alpha = \beta = 0$	Γ. δύο
	Δ. καμία

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α) Αν $\alpha \geq 0$ και $\beta \geq 0$, τότε ισχύει $\sqrt[3]{\alpha} \cdot \sqrt[3]{\beta} = \sqrt[3]{\alpha\beta}$

β) Αν $\frac{1}{2} \leq x \leq 2$ τότε $x \in \left(\frac{1}{2}, 2\right)$

γ) Αν $\theta > 0$ τότε ισχύει $|x| < \theta \Leftrightarrow -\theta < x < \theta$

δ) $d(\beta, \alpha) = |\alpha - \beta|$

ε) Έστω η συνάρτηση $\varphi(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, $\alpha \neq 0$. Αν $\Delta < 0$ και $a < 0$ τότε $\varphi(x) > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. (10M)

ΘΕΜΑ 2ο

Έστω η συνάρτηση $f(x) = 2|x-1| - 3$, $x \in \mathbb{R}$

α) Να λυθεί η εξίσωση $f(x) = 1$ (9M)

β) Να δείξετε ότι $f(x) = \begin{cases} -2x-1 & , \text{ αν } x < 1 \\ 2x-5 & , \text{ αν } x \geq 1 \end{cases}$ (9M)

γ) Να γίνει η γραφική παράσταση της f . (7M)

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : y = \lambda^2 x + 2$ και $\varepsilon_2 : y = (3\lambda - 2)x - 4$.

- α) Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες. (10M)
- β) Για $\lambda = 1$ να βρείτε τα σημεία στα οποία η ευθεία ε_1 τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$ αντίστοιχα. (8M)
- γ) Αν η ευθεία ε_1 τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$ στα σημεία $A(-2, 0)$ και $B(0, 2)$, τότε να βρείτε την απόσταση (AB). (7M)

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται το σύστημα
$$\begin{cases} 2x - y = \lambda - 1 \\ 7x - 4y = \lambda \end{cases}$$

- α) Να βρείτε τις ορίζουσες D , D_x , D_y . (10M)
- β) i. Να δείξετε ότι για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ το σύστημα έχει μοναδική λύση. (4M)
ii. Να βρείτε τη λύση του συστήματος. (4M)
- γ) Αν (x_0, y_0) είναι η λύση του συστήματος, τότε να βρείτε για ποιες τιμές του λ , ισχύει $2x_0 - y_0 < 1$ (7M)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!!