

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2009
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1°

A) Αν $\theta > 0$ να αποδείξετε ότι: $|x| < \theta \Leftrightarrow -\theta < x < \theta$.

Μονάδες 9

B) Δίνεται η εξίσωση $ax^2 + bx + c = 0$ με $a \neq 0$ και $\Delta = b^2 - 4ac$. Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις:

α. Αν η εξίσωση έχει μία διπλή ρίζα τότε

Μονάδες 3

β. Αν η εξίσωση έχει ρίζες στο σύνολο των πραγματικών αριθμών τότε

Μονάδες 3

Γ) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Αν $a < b$ και $\gamma < 0$, τότε $a\gamma < b\gamma$.

Μονάδες 2

β. Αν $a > b$, τότε $a + \gamma > b + \gamma$.

Μονάδες 2

γ. Η εξίσωση $x^v = a$ με $a < 0$ και v περιττός αριθμός είναι αδύνατη.

Μονάδες 2

δ. Αν $a \geq 0$, τότε $(\sqrt[v]{a})^v = a$.

Μονάδες 2

ε. Η εξίσωση $ax = b$ με $a \neq 0$ και $b = 0$ είναι αδύνατη.

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2°

Δίνεται η εξίσωση $|1-x| = |5-x|$ και η ανίσωση $|4-3x| \geq 5$.

A) Να λύσετε την εξίσωση $|1-x| = |5-x|$

Μονάδες 5

B) Να λύσετε την ανίσωση $|4-3x| \geq 5$

Μονάδες 10

Γ) Να βρείτε, εφόσον υπάρχουν, τις κοινές λύσεις της εξίσωσης και της ανίσωσης.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3°

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - \lambda x + \lambda - 1 = 0$ (1), όπου $\lambda \in \mathbb{R}$.

A) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει δύο πραγματικές ρίζες για κάθε πραγματική τιμή του λ .

Μονάδες 7

B) Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης (1), τότε να υπολογίσετε συναρτήσει του λ τις παραστάσεις:

$$A = x_1 + x_2, B = x_1 \cdot x_2 \text{ και } \Gamma = 3x_1^2 x_2 + 3x_1 x_2^2.$$

Μονάδες 9

Γ) Για $\lambda = 2$ να λύσετε την εξίσωση. (1).

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4°

Δίνεται το σύστημα:

$$\begin{cases} \lambda x - y = 3 \\ x + \lambda y = 1 \end{cases} \quad (\Sigma)$$

A) Να αποδείξετε ότι, για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$, το σύστημα (Σ) έχει μία μόνο λύση.

Μονάδες 5

B) Να λυθεί το παραπάνω σύστημα.

Μονάδες 10

Γ) Αν (x_0, y_0) είναι η λύση του συστήματος, τότε να προσδιορίσετε τον λ ώστε να ισχύει $x_0 - 2y_0 = 1$.

Μονάδες 10

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!