

Θ Ε Μ Α 1°

A) Να δώσετε τον ορισμό της απόλυτης τιμής πραγματικού αριθμού. (Μονάδες 5)

B) Αποδείξτε ότι: $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$ (Μονάδες 10)

Γ) Γράψτε στην κόλλα σας τον αριθμό κάθε μιας από τις παρακάτω προτάσεις και δίπλα το γράμμα Σ (αν αυτή είναι σωστή) ή το γράμμα Λ (αν αυτή είναι λανθασμένη). (Μονάδες 10)

- 1) Για κάθε πραγματικό αριθμό x ισχύει: $\sqrt{x^2} = x$.
- 2) Η εξίσωση $0x = \beta$ είναι αδύνατη για κάθε πραγματικό αριθμό β .
- 3) Η εξίσωση $x^\nu = \alpha$ με $\alpha < 0$ και εκθέτη ν θετικό άρτιο έχει λύση την $x = \sqrt[\nu]{\alpha}$.
- 4) Οι ευθείες $y = \alpha x + \beta$ και $y = \alpha x + \gamma$ με $\beta \neq \gamma$ είναι παράλληλες.
- 5) Αν α, β ομόσημοι, τότε $|\alpha + \beta| < |\alpha| + |\beta|$

Θ Ε Μ Α 2°

Δίνεται η σχέση $y = \frac{4x^2 - 1}{2x - 1}$ (1) με $x, y \in \mathbf{R}$

A) Να αναφέρετε όλες τις τιμές του x για τις οποίες ορίζεται η σχέση (1) και μετά να δείξετε ότι: $y = 2x + 1$. (Μονάδες 12)

B) Να λύσετε την ανίσωση: $|y| < 2$ όπου y η έκφραση του προηγούμενου ερωτήματος. (Μονάδες 8)

Γ) Να βρείτε τον λ ώστε η ευθεία $y = \frac{-\lambda^3}{4}x + \frac{1}{4}$ να είναι παράλληλη στην ευθεία: $y = 2x + 1$. (Μονάδες 5)

Θ Ε Μ Α 3°

Δίνεται το γραμμικό σύστημα: $\begin{cases} 2x - y = \lambda + 1 \\ x - 3y = -2\lambda - 2 \end{cases}$, λ παράμετρος

A) Να δείξετε με οποιοδήποτε τρόπο επιθυμείτε (όχι επαλήθευση) ότι το σύστημα έχει μία μόνο λύση, την $(x, y) = (\lambda + 1, \lambda + 1)$. (Μονάδες 10)

B) Να δείξετε ότι η απόσταση του σημείου $M(\lambda + 1, \lambda + 1)$ από την αρχή των αξόνων $O(0,0)$ είναι ίση με $(OM) = \sqrt{2}|\lambda + 1|$. (Μονάδες 8)

Γ) Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε: $(OM) = 4\sqrt{2}$. (Μονάδες 7)

Θ Ε Μ Α 4°

Δίνεται η εξίσωση: $x^2 - \mu x + \mu - 1 = 0$, μ πραγματική παράμετρος.

A) Να αποδείξετε ότι για $\mu = 2$ η παραπάνω εξίσωση έχει μία διπλή ρίζα την οποία να βρείτε. (Μονάδες 9)

B) Για $\mu \neq 2$, να δείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές και άνισες. (Μονάδες 9)

Γ) Να βρείτε τις ακέραιες τιμές του $\mu \neq 2$ για τις οποίες ισχύουν συγχρόνως $x_1 + x_2 > 0$ και $|x_1| \cdot |x_2| \leq 2$. (Μονάδες 7)