

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Να αποδειχθεί ότι : Αν $\theta > 0$, τότε $|x| < \theta \Leftrightarrow -\theta < x < \theta$. **Μονάδες 9**

B. Δίνεται η εξίσωση $ax + \beta = 0$. Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις :

i) Αν $a \neq 0$ τότε η εξίσωση έχει λύση την $x = \dots\dots\dots$

ii) Αν $a = 0$ και $\beta \neq 0$ τότε η εξίσωση είναι

iii) Αν $a = 0$ και $\beta = 0$ τότε η εξίσωση είναι **Μονάδες 6**

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Η εξίσωση $x^v = \alpha$, με $\alpha < 0$ και v άρτιο είναι αδύνατη . **Μονάδες 2**

β. Αν $\alpha \geq 0$ και κ θετικός ακέραιος, τότε $\sqrt[\nu]{\alpha^\kappa} = \left(\sqrt[\nu]{\alpha}\right)^\kappa$. **Μονάδες 2**

γ. Αν α και γ ετερόσημοι αριθμοί τότε η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ με $\alpha \neq 0$ έχει δύο λύσεις άνισες. **Μονάδες 2**

δ. Για κάθε πραγματικό αριθμό α ισχύει : $-|\alpha| \leq \alpha \leq |\alpha|$. **Μονάδες 2**

ε. Αν $S = x_1 + x_2$ και $P = x_1 \cdot x_2$ τότε η εξίσωση με ρίζες τα x_1 και x_2 είναι η : $x^2 - Px + S = 0$. **Μονάδες 2**

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται το σύστημα : $x + 2\psi = -6$

$$3x + \psi = \lambda$$

A. Να βρείτε τις ορίζουσες D, D_x, D_ψ .

Μονάδες 9

B. Να αποδείξετε ότι για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ το σύστημα έχει μοναδική λύση (x_0, ψ_0) την οποία και να βρείτε.

Μονάδες 7

Γ. Αν (x_0, ψ_0) είναι η λύση την οποία βρήκατε στο ερώτημα B. να βρείτε για ποιες τιμές του πραγματικού αριθμού λ ισχύει : $x_0 - \psi_0 > 0$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνονται οι παραστάσεις :

$$\mu = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\sqrt{3} - 1} \cdot \sqrt{\sqrt{3} + 1} \quad \text{και} \quad \kappa = \sqrt[6]{3^2} \cdot \sqrt[3]{3}$$

A. Να αποδείξετε ότι :

α) $\mu = 2$.

Μονάδες 8

β) $\kappa = \sqrt{3}$.

Μονάδες 8

B. Αν $\mu = 2$ και $\kappa = \sqrt{3}$ να απλοποιηθεί το κλάσμα :

$$\frac{\mu x^2 - \kappa^2 x - 2}{x^2 - x - 2} .$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - \lambda x - 27 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

A. Να αποδείξετε ότι για κάθε πραγματικό αριθμό λ έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

Μονάδες 6

B. Να βρεθούν το άθροισμα S και το γινόμενο P των ριζών x_1 και x_2 της παραπάνω εξίσωσης .

Μονάδες 6

Γ. Να βρεθούν οι τιμές του λ ώστε να ισχύει : $|x_1 + x_2 - x_1 \cdot x_2| = 3$.

Μονάδες 7

Δ. Να βρεθούν οι τιμές των ριζών x_1 και x_2 και του πραγματικού αριθμού λ αν

ισχύει : $x_1^3 = P$.

Μονάδες 6