

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ**ΤΑΞΗ Γ΄****3Γ****ΘΕΩΡΙΑ****ΘΕΜΑ 1^ο**

α. Να γράψετε τον ορισμό της ταυτότητας. Ποιες από τις παρακάτω ισότητες είναι ταυτότητες :

i. $3x = 12$,

ii. $x(x+2) = x^2 + 2x$,

iii. $x + y = 7$,

iv. $a + \beta = \beta + a$

β. Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$(a + \beta)^3 = a^3 + 3a^2\beta + 3a\beta^2 + \beta^3$$

γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση:

1. Δυο μονώνυμα που έχουν αντίθετους συντελεστές λέγονται αντίθετα.
2. Το μονώνυμο $2x^3y$ είναι 4^ο βαθμού ως προς x και y .
3. Ο αριθμός 0 λέγεται μηδενικό μονώνυμο και είναι μηδενικού βαθμού.
4. Το άθροισμα μονωνύμων είναι μονώνυμο.

ΘΕΜΑ 2^ο

α. Να διατυπώσετε το θεώρημα του Θαλή. Να κάνετε σχήμα και να γράψετε τη σχέση που το εκφράζει.

β. Πότε δυο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα;

γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν δυο τρίγωνα έχουν τις γωνίες τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.
2. Αν δυο τρίγωνα έχουν δυο πλευρές ίσες μία προς μία και μια γωνία ίση, τότε είναι ίσα.
3. Αν δυο ορθογώνια τρίγωνα έχουν μια οξεία γωνία ίση, είναι όμοια.
4. Δυο ισόπλευρα τρίγωνα είναι όμοια.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ**ΑΣΚΗΣΗ 1^η**

Δίνεται η παράσταση: $A = (1 - 2x)^2 - (x + 2)(2 - x) - 6x(x - 1) + 2$

α. Να αποδείξετε ότι: $A = -x^2 + 2x - 1$

β. Να λύσετε την εξίσωση: $A = 4x - 4$

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = \frac{1 - 4x^2}{y - 2xy} : \frac{2x + 1}{2xy - 3y^2} \quad \text{και} \quad B = \frac{3xy + 6x}{y + 2} - y$$

α. Να αποδείξετε ότι: $A = 2x - 3y$ και $B = 3x - y$

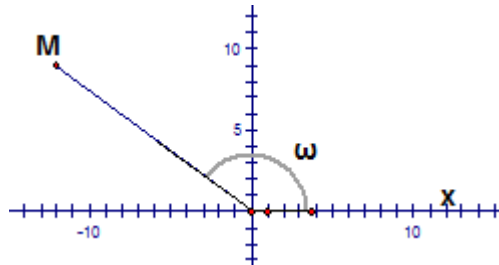
β. Να λύσετε το σύστημα : $\begin{cases} A = -4 \\ B = 1 \end{cases}$

ΑΣΚΗΣΗ 3^η

Στο διπλανό σχήμα είναι $M(-12, 9)$. Αν $\omega = \widehat{xOM}$, τότε να υπολογίσετε:

α. Τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω .

β. Την τιμή της παράστασης:



$$A = \frac{-5 \cdot [\eta\mu(180^\circ - \omega) - \sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega)] + 4 \cdot \epsilon\phi(180^\circ - \omega)}{2 \cdot \eta\mu 90^\circ + 2008 \cdot \epsilon\phi 180^\circ}$$

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**ΘΕΩΡΙΑ****ΘΕΜΑ 1^ο**

α. Σχολικό βιβλίο, σελίδα 42.

Ταυτότητες είναι οι ii,iv.

β. Σχολικό βιβλίο, σελίδα 44.

γ. $1 \rightarrow \Lambda$, $2 \rightarrow \Sigma$, $3 \rightarrow \Lambda$, $4 \rightarrow \Lambda$

ΘΕΜΑ 2^ο

α. Σχολικό βιβλίο, σελίδα 206

β. Σχολικό βιβλίο, σελίδα 190

γ. $1 \rightarrow \Lambda$, $2 \rightarrow \Lambda$, $3 \rightarrow \Sigma$, $4 \rightarrow \Sigma$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ**ΑΣΚΗΣΗ 1^η**

$$\alpha. A = (1-2x)^2 - (x+2)(2-x) - 6x(x-1) + 2$$

$$A = (1-2x)^2 - (2+x)(2-x) - 6x(x-1) + 2$$

$$A = (1-4x+4x^2) - (2^2 - x^2) - 6x(x-1) + 2$$

$$A = (1-4x+4x^2) - (4-x^2) - 6x(x-1) + 2$$

$$A = 1-4x+4x^2-4+x^2-6x^2+6x+2 = 4x^2+x^2-6x^2-4x+6x+1-4+2 = -x^2+2x-1.$$

β. $A = 4x-4$ ή $-x^2+2x-1=4x-4$ ή $x^2-2x+1+4x-4=0$ ή $x^2+2x-3=0$. Η εξίσωση αυτή είναι δευτέρου βαθμού με διακρίνουσα $\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 4+12=16$ και ρίζες

$$x = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-2 \pm 4}{2} = \begin{cases} x = -3 \\ \text{ή} \\ x = 1 \end{cases}$$

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

$$\alpha. A = \frac{1-4x^2}{y-2xy} : \frac{2x+1}{2xy-3y^2}$$

$$A = \frac{(1-2x)(1+2x)}{y(1-2x)} \cdot \frac{2x+1}{y(2x-3y)}$$

$$A = \frac{(1-2x)(1+2x)}{y(1-2x)} \cdot \frac{y(2x-3y)}{2x+1} = \frac{(1-2x)(1+2x)y(2x-3y)}{y(1-2x)(2x+1)} = 2x-3y \text{ και}$$

$$B = \frac{3xy+6x}{y+2} - y$$

$$B = \frac{3x(y+2)}{y+2} - y = 3x - y$$

β. Το σύστημα γράφεται :

$$\begin{cases} 2x-3y=-4, & (1) \\ 3x-y=1, & (2) \end{cases}$$

Θα λύσουμε το παραπάνω σύστημα με τη μέθοδο των αντίθετων συντελεστών.

Πολλαπλασιάζουμε την εξίσωση (2) με το -3 και έχουμε $-9x+3y=-3$, (3)

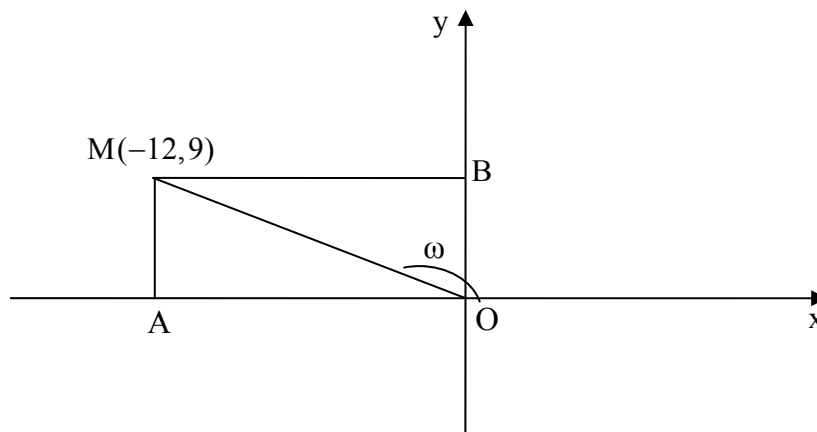
Με πρόσθεση των εξισώσεων (1) και (3) έχουμε:

$$-7x=-7 \text{ άρα } x=1.$$

Για $x=1$ η εξίσωση $3x-y=1$ γράφεται $3 \cdot 1 - y = 1$ ή $3 - y = 1$ ή $y = 3 - 1 = 2$.

Άρα, η λύση του συστήματος είναι το ζεύγος $(x,y)=(1,2)$.

ΑΣΚΗΣΗ 3^η



α. Εφαρμόζοντας το Πυθαγόρειο θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο OAM έχουμε

$$OM^2 = \rho^2 = OA^2 + AM^2 = 12^2 + 9^2 = 144 + 81 = 225 \text{ άρα } OM = \rho = \sqrt{225} = 15, \text{ οπότε}$$

$$\eta\mu\omega = \frac{y}{\rho} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}, \sigma\upsilon\nu\omega = \frac{x}{\rho} = \frac{-12}{15} = -\frac{4}{5}, \epsilon\varphi\omega = \frac{y}{x} = \frac{9}{-12} = -\frac{3}{4}$$

β.

$$\bullet \eta\mu(180^\circ - \omega) = \eta\mu\omega = \frac{3}{5}$$

- $\sin(180^\circ - \omega) = -\sin \omega = -(-\frac{4}{5}) = \frac{4}{5}$

- $\cos(180^\circ - \omega) = -\cos \omega = \frac{3}{4}$

- $\sin 90^\circ = 1$

- $\cos 180^\circ = 0$

$$\text{Άρα } A = \frac{-5(\frac{3}{5} - \frac{4}{5}) + 4 \cdot \frac{3}{4}}{2} = \frac{-5(-\frac{1}{5}) + 3}{2} = \frac{1 + 3}{2} = 2$$