

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

**Θέματα Γραπτών Ανακεφαλαιωτικών
Εξετάσεων**

σχ. έτος 2022-2023

Επιμέλεια: Νικόλαος Φωτιάδης, Σύμβουλος Εκπαίδευσης ΠΕ03

Το παρόν τεύχος περιλαμβάνει θέματα από τις γραπτές ανακεφαλαιωτικές εξετάσεις στα Μαθηματικά της Β' Γυμνασίου σχολικού έτους 2022-2023 από Γυμνάσια των νομών Δράμας, Ξάνθης και Ροδόπης. Ελπίζουμε ότι το υλικό που συγκεντρώθηκε θα φανεί χρήσιμο σε μαθητές, σε συναδέλφους που διδάσκουν Μαθηματικά στο Γυμνάσιο και σε όποιον άλλο ενδιαφέρεται για τα Μαθηματικά της Β' Γυμνασίου.

Νικόλαος Φωτιάδης
Σύμβουλος Εκπαίδευσης ΠΕ03
Δράμας, Ξάνθης, Ροδόπης

Διαγώνισμα 1

Από τα 2 (δύο) θέματα της Θεωρίας, να επιλέξετε το 1 (ένα) και να απαντήσετε σε αυτό.

ΘΕΩΡΙΑ 1

α) Τι ονομάζεται εξίσωση με έναν άγνωστο και τι ονομάζεται λύση ή ριζά της εξίσωσης;

β) Πότε μία εξίσωση είναι αδύνατη και πότε είναι ταυτότητα;

γ) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ)

i. Η εξίσωση $2x = 0$ έχει λύση τον αριθμό 2

ii. Η εξίσωση $0x = 0$ είναι ταυτότητα

iii. Η εξίσωση $0x = -5$ έχει άπειρες λύσεις

ΘΕΩΡΙΑ 2

α) Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα και στη συνέχεια να κάνετε σχήμα και να γράψετε τη σχέση που ισχύει.

β) Να συμπληρώσετε τον τύπο του εμβαδού των παρακάτω επίπεδων σχημάτων

i. Εμβαδόν τριγώνου $E =$

ii. Εμβαδόν τετραγώνου $E =$

iii. Εμβαδόν ορθογωνίου $E =$

iv. Εμβαδόν τραπεζίου $E =$

v. Εμβαδόν παραλληλογράμμου $E =$

Από τα 3 (τρία) θέματα των Ασκήσεων, να επιλέξετε τα 2 (δύο) και να απαντήσετε σε αυτά.

ΑΣΚΗΣΗ 1

α) Να λύσετε την εξίσωση $\frac{x-1}{2} + \frac{2x+1}{3} = 2 + \frac{x-1}{6}$

β) Αν x είναι η λύση της προηγούμενης εξίσωσης να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = \sqrt{1 + \sqrt{7 + \sqrt{x+2}}}$$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = 13\text{cm}$, $A\Gamma = 12\text{cm}$ και $B\Gamma = 5\text{cm}$.

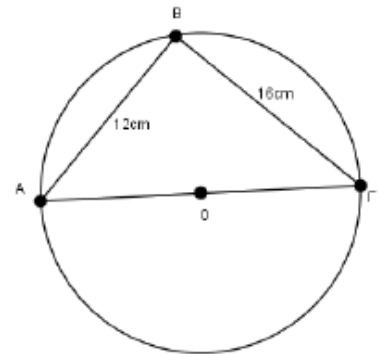
- Να αποδείξετε ότι το $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο
- Να υπολογίσετε όλους τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας \hat{A}
- Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου
- Να βρείτε το ύψος $\Gamma\Delta$

ΑΣΚΗΣΗ 3

Στο διπλανό σχήμα δίνεται ο κύκλος (O, ρ) . Αν $AB = 12\text{cm}$,

$\Gamma B = 16\text{cm}$ και $A\Gamma$ είναι η διάμετρος του κύκλου,

- να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο
- να υπολογίσετε την πλευρά $A\Gamma$
- να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$
- να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας $\hat{\Gamma}$.



Διαγώνισμα 2

ΘΕΩΡΙΑ

1ο Θέμα: Να συμπληρώσετε τα κενά:

i. Τετραγωνική ρίζα ενός _____ αριθμού a , λέγεται ο _____ αριθμός, ο οποίος αν _____ στο _____ δίνει τον a .

ii. Αν $a \geq 0$, τότε $(\sqrt{a})^2 =$ _____

iii. $\sqrt{0} =$ _____

iv. Άρρητος ονομάζεται κάθε αριθμός που _____.

v. Οι πραγματικοί αριθμοί αποτελούνται από τους _____ και τους _____.

2ο Θέμα: α. Πότε ένα πολύγωνο λέγεται κανονικό;

β. Με τι ισούται η κεντρική γωνία ω ενός κανονικού πολυγώνου;

γ. Ποια σχέση συνδέει την κεντρική γωνία ω με τη γωνία φ ενός κανονικού πολυγώνου;

δ. Ποια γωνία λέγεται εγγεγραμμένη;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1η Άσκηση: α. Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{x}{9} - \frac{3x+1}{6} = 1 - \frac{2x+1}{3}$.

β. Αν η λύση της εξίσωσης είναι $x=3$, να βρεθεί η τιμή της παράστασης:

$$A = \sqrt{26} - \sqrt{10 - x^2}$$

2η Άσκηση: Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$ εγγεγραμμένο σε κύκλο (ΒΓ διάμετρος) με $A\Gamma=8\text{cm}$ και εμβαδό $(AB\Gamma)=24\text{cm}^2$.

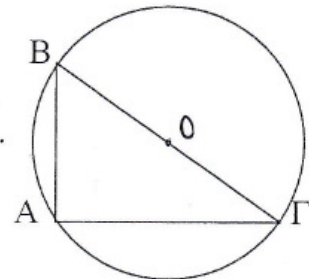
α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

β) Να υπολογίσετε την πλευρά ΒΓ του τριγώνου.

γ) Να βρείτε την ακτίνα του κύκλου.

δ) Να βρείτε το μήκος του κύκλου.

ε) Να βρείτε το εμβαδό του κυκλικού δίσκου.

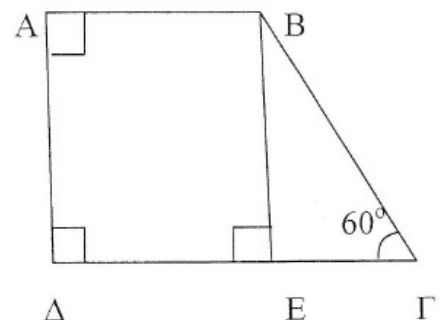


3η Άσκηση: Στο διπλανό σχήμα το τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ έχει $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$, $\hat{\Gamma} = 60^\circ$, $AB=6\text{ cm}$ και $B\Gamma=8\text{ cm}$, να υπολογιστούν:

α. Η μεγάλη βάση, του τραpezίου.

β. Το ύψος BE του τραpezίου.

γ. Το εμβαδό του τραpezίου.



(Δίνονται $\sin 60^\circ = 0,5$, $\eta\mu 60^\circ = 0,87$ και $\epsilon\varphi 60^\circ = 1,7$)

Διαγώνισμα 3

ΘΕΩΡΙΑ 1^η

A. Ποια ποσά λέγονται ανάλογα .

B. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά :

i) Τα ποσά X και Y της συνάρτησης $\psi = ax$ είναι

ii) Η γραφική παράσταση της $\psi = ax$ διέρχεται απότων αξόνων .

Γ. Να χαρακτηρίσετε Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) της παρακάτω προτάσεις .

i) Η κλίση της ευθείας $\epsilon_1 : \psi = 3x$ είναι 3 .

ii) Η ευθεία $\epsilon_1 : \psi = x$ δεν διέρχεται από την αρχή των αξόνων .

iii) Οι ευθείες $\epsilon_1 : \psi = 2x - 5$ και $\epsilon_2 : \psi = 2x$ είναι παράλληλες .

ΘΕΩΡΙΑ 2^η

A. Πότε ένα πολύγωνο λέγεται κανονικό .

B. Ποια σχέση συνδέει την κεντρική γωνία ω με τη γωνία φ του πολυγώνου .

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λάθος (Λ) .

i) Το ορθογώνιο είναι κανονικό πολύγωνο .

ii) Η κεντρική γωνία ω ενός κανονικού n -γώνου είναι ίση με $\omega = \frac{360^\circ}{n}$

iii) Η γωνία φ ενός κανονικού n -γώνου είναι παραπληρωματική της κεντρικής γωνίας του n -γωνου .

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

Να λυθούν οι εξισώσεις :

i) $2(x - 1) - (x - 3) = 5 - 2 \cdot (3x + 2)$

ii) $\frac{3 \cdot (x - 1)}{2} - \frac{5x - 3}{4} = \frac{x}{2} - 1$

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

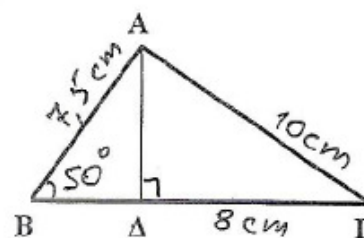
Στο διπλανό σχήμα : $AB = 7,5 \text{ cm}$, $AG = 10 \text{ cm}$, $\Delta\Gamma = 8 \text{ cm}$, $\hat{B} = 50^\circ$

A. Να υπολογίσετε το ύψος AA του τριγώνου .

B. Να υπολογίσετε το μήκος BA του τριγώνου .

Γ. Να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου $AB\Gamma$.

Δίνονται : $\eta\mu 50^\circ = 0,8$, $\sigma\upsilon\nu 50^\circ = 0,6$, $\epsilon\phi 50^\circ = 1,2$



ΑΣΚΗΣΗ 3^η

Δίνεται η συνάρτηση $y = 5x$.

A. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών .

X	-2	-1	0	1	2
Y					

B. Σε ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων να κάνετε την γραφική παράσταση για την συνάρτηση αυτή.

Γ. Να βρείτε την κλίση της ευθείας που σχεδιάστηκε .

ΠΡΟΣΟΧΗ : Θα απαντήσετε σε ένα (1) θέμα θεωρίας και σε δύο (2) ασκήσεις .

Διαγώνισμα 4

ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Τι γνωρίζετε για τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax + \beta$; (2,6 μον.)

B. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις.

- Δύο ποσά x και y που συνδέονται με τη σχέση $y = ax$ είναι
- Ο άξονας xx' είναι η ευθεία με εξίσωση
- Για το σημείο $A (α,β)$ οι αριθμοί $α$ και $β$ ονομάζονται του σημείου.
- Κάθε σημείο του άξονα yy' έχει 0. (2 μον.)

Γ. Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ).

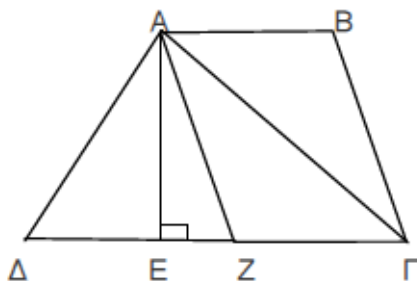
- Οι ευθείες $\epsilon_1: y = 2x - 1$ και $\epsilon_2: y = \frac{10}{5}x$ είναι παράλληλες.
- Στην ευθεία $y = ax$ ο λόγος $\frac{x}{y}$ είναι πάντα σταθερός και ίσος με a .
- Η ευθεία $y = ax$ διέρχεται από το σημείο $(0,2)$.
- Η ευθεία $y = 2 - x$ έχει κλίση 2. (2 μον.)

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Να διατυπώσετε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος. (2,6 μον.)

B. Το τετράπλευρο του παρακάτω σχήματος είναι τραπέζιο και ισχύει ότι $AZ \parallel BΓ$.

Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά σύμφωνα με το σχήμα.



- $(ABΓZ) = \dots\dots\dots$
- $(AΓZ) = \dots\dots\dots$
- $(ABΓΔ) = \dots\dots\dots$
- εφ $\widehat{EAG} = \dots\dots\dots$

(2 μον.)

Γ. Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ).

- Αν σε ένα τρίγωνο με μήκη πλευρών α, β, γ ισχύει ότι $\beta^2 = \alpha^2 + \gamma^2$ τότε το τρίγωνο είναι ορθογώνιο με $\widehat{A} = 90^\circ$.
- Σε κάθε τρίγωνο το άθροισμα των τετραγώνων των πλευρών του ισούται με τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς του.
- Το εμβαδό ενός παραλληλογράμμου ισούται με το γινόμενο μιας βάσης του επί ένα οποιοδήποτε ύψος του.
- Αν σε ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο διπλασιάσουμε τις διαστάσεις του διπλασιάζεται και το εμβαδόν του. (2 μον.)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1

α. Να λυθεί η εξίσωση $2(3x - 1) - (x + 2) = 4x - 3$ (2,2 μον.)

β. Αν ο αριθμός 1 αποτελεί λύση της εξίσωσης $\frac{\alpha x - 3}{2} - \frac{5\alpha - 3}{4} = \frac{\alpha}{2} - x$,
να υπολογίσετε την τιμή του α. (2,3 μον.)

γ. Αν $\alpha = \frac{1}{5}$ να εξετάσετε αν ο αριθμός $\sqrt{15\alpha - \frac{176}{144}}$ είναι ακέραιος,
δικαιολογώντας την απάντησή σας. (2,2 μον.)

ΑΣΚΗΣΗ 2

Δίνονται οι αριθμοί $\alpha = \sqrt{(-8)^2} + 7\sqrt{4} - 3\sqrt{81}$ και $\beta = \sqrt{5 - \sqrt{10 + 2\sqrt{9}}}$.

α. Να αποδείξετε ότι $\alpha = -5$ και $\beta = 1$. (2 μον.)

β. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ϵ η οποία διέρχεται από το σημείο $K(\alpha, \beta)$ και είναι παράλληλη προς την ευθεία $y = -3x$. (1,8 μον.)

γ. Αν $\epsilon : y = -3x - 14$ να προσδιορίσετε το σημείο A της ϵ του οποίου η τεταγμένη είναι -5 . (1,5 μον.)

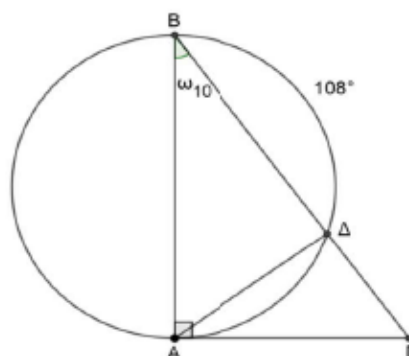
δ. Να εξετάσετε αν η ευθεία $\epsilon : y = -3x - 14$ διέρχεται και από το σημείο $M(-4, 2)$. (1,4 μον.)

ΑΣΚΗΣΗ 3

Στο παρακάτω σχήμα δίνονται: τόξο $\widehat{BD} = 108^\circ$, $\widehat{B} = \omega_{10}$, $AB \perp AG$.

- Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου BDA .
Τι συμπεραίνετε για την AB ; (2 μον.)
- Αν επιπλέον ισχύει ότι $L = 8\pi$ cm και $B\Gamma = 10$ cm, να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων AB και $A\Gamma$. (2 μον.)
- Αν $AB = 8$ cm και $A\Gamma = 6$ cm να υπολογίσετε το εμβαδόν του $AB\Gamma$ και το μήκος του AD . (1,4 μον.)
- Να υπολογίσετε την πλευρά ενός τετραγώνου, αν αυτό έχει εμβαδόν ίσο με του τριγώνου $AB\Gamma$. (1,3 μον.)

Δίνεται $\sqrt{24} \approx 4,9$.



Να απαντήσετε σε ένα (1) θέμα Θεωρίας και σε δύο (2) θέματα ασκήσεων.

Διαγώνισμα 5

ΘΕΩΡΙΑ 1^η

- α) Τι ονομάζεται συνάρτηση.
- β) Ποια είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax$.
- γ) Τι ονομάζεται κλίση της ευθείας $y = ax$.

ΘΕΩΡΙΑ 2^η

- α) Τι ονομάζουμε κανονικό πολύγωνο.
- β) Τι σχέση έχουν η κεντρική γωνία ω και η γωνία ϕ ενός κανονικού n -γώνου.
- γ) Να απαντήσετε με **(Σ)** σωστή ή με **(Λ)** λανθασμένη στις παρακάτω προτάσεις.
- 1) Κάθε εγγεγραμμένη γωνία είναι ίση με το μισό της επίκεντρης γωνίας που βαίνει στο ίδιο τόξο.
 - 2) Κάθε εγγεγραμμένη γωνία έχει μέτρο ίσο με το διπλάσιο του μέτρου του αντίστοιχου τόξου της.
 - 3) Κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο είναι ορθή.

Οδηγία

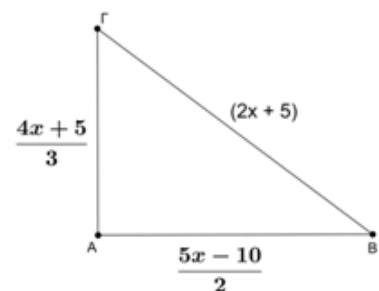
Από τα δύο θέματα θεωρίας να απαντήσετε στο ένα στην κόλλα αναφοράς.

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

Το διτλανό τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει περίμετρο $\Pi = 60\text{cm}$ και ακόμα είναι

$$AB = \frac{5x - 10}{2}, \quad A\Gamma = \frac{4x + 5}{3}, \quad B\Gamma = (2x + 5).$$

- α) Να δείξετε ότι $x = 10$.
- β) Να βρείτε τα μήκη των πλευρών του τριγώνου $AB\Gamma$.
- γ) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.
- δ) Να υπολογίσετε το $\text{συν}\Gamma$ και την $\text{ε}\phi\text{B}$.



ΑΣΚΗΣΗ 2^η

α) Δίνεται η παράσταση $M = \sqrt{54 - \sqrt{19 + \sqrt{48 - \sqrt{144}}}}$. Να δείξετε ότι $M = 7$.

β) Δίνεται η παράσταση $N = (4^6 \cdot 4^4)^2 \cdot 4^{-4} + \frac{(-24)^3}{12^3} + (9^{12} \cdot 3^{22})$. Να δείξετε ότι $N = 2$.

γ) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $K = (\sqrt{M})^2 + (\sqrt{N})^2 + 2014$ όπου M και N οι τιμές που βρήκατε στα προηγούμενα ερωτήματα.

ΑΣΚΗΣΗ 3^η

Δίνεται ο κύκλος (O, ρ) και το εγγεγραμμένο τρίγωνο KLM σε αυτόν.

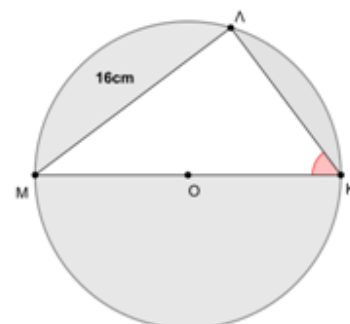
Ακόμα είναι: $ML = 16\text{cm}$ και $\eta\mu K = \frac{4}{5}$.

α) Να δικαιολογήσετε γιατί η γωνία $\hat{\Lambda}$ είναι ορθή.

β) Να δείξετε ότι η διάμετρος του κύκλου είναι ίση με 20cm .

γ) Να βρείτε το μήκος του κύκλου και το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου.

δ) Να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας.



Οδηγία

Από τις τρεις ασκήσεις να απαντήσετε στις δύο στην κόλλα αναφοράς.

Διαγώνισμα 6

ΘΕΩΡΙΑ

Θεωρία 1

- A. Τι λέγεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α ; (Μονάδες 3,6)
- B. Να συμπληρώσετε τις ισότητες (να μεταφέρετε την απάντηση στο γραπτό σας): (Μονάδες 3)
- i. $\sqrt{0} = \dots\dots\dots$ ii. Αν $\alpha > 0$, τότε $(\sqrt{\alpha})^2 = \dots\dots\dots$

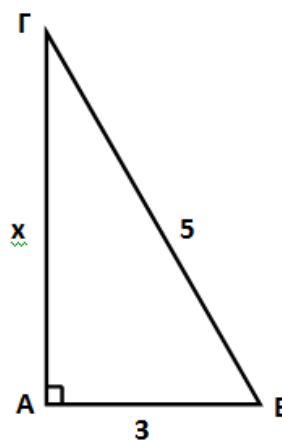
Θεωρία 2

- A. Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο θεώρημα. (Μονάδες 4)
- B. Αν $AB\Gamma$ ορθογώνιο τρίγωνο με $\hat{A} = 90^\circ$, να γράψετε την σχέση που εκφράζει το Πυθαγόρειο θεώρημα. (Μονάδες 2,6)

Άσκηση 1

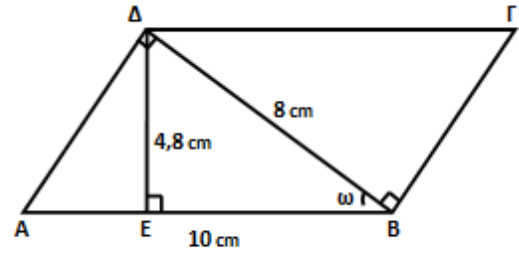
Στο διπλανό σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = 3 \text{ cm}$ και $B\Gamma = 5 \text{ cm}$.

- α. Με την βοήθεια του Πυθαγόρειου θεωρήματος να υπολογίσετε την πλευρά $A\Gamma$ του τριγώνου. (Μονάδες 4)
- β. Αν $A\Gamma = 4 \text{ cm}$, να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$. (Μονάδες 2,7)



Άσκηση 2

Στο διπλανό σχήμα δίνεται το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με πλευρές ΑΒ=ΓΔ=10 cm, ύψος ΔΕ=4,8 cm και διαγώνιο ΒΔ=8 cm η οποία είναι κάθετη στις πλευρές ΑΔ και ΒΓ.



α. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ.

(Μονάδες 2)

β. Αν το εμβαδόν του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ είναι 48 cm², να υπολογίσετε την πλευρά ΑΔ του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ.

(Μονάδες 2,3)

γ. Αν ΑΔ=6 cm, να υπολογίσετε το ημίτονο, το συνημίτονο και την εφαπτομένη της γωνίας ω.

(Μονάδες 2,4)

Άσκηση 3

Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{x-3}{2} + \frac{5x-3}{6} = \frac{2x}{3}$

(Μονάδες 6,7)

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

- ♦ Από τα δύο θέματα **θεωρίας** να απαντήσετε **μόνο σε ένα** και από τις τρεις **ασκήσεις** να λύσετε **μόνο τις δύο**.
- ♦ Στην φωτοτυπία των θεμάτων να γράψετε μόνο το όνομά σας.

Διαγώνισμα 7

ΘΕΩΡΙΑ

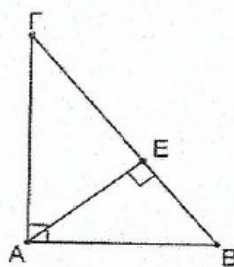
ΘΕΜΑ 1^ο

1. Τι ονομάζεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a ;
2. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές και με (Λ) αν είναι λανθασμένες:
 - i. $\sqrt{36} = 18$
 - ii. $\sqrt{0,4} = 0,2$
 - iii. $\sqrt{9 \cdot 4} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{4}$
 - iv. $\sqrt{4} = 16$
3. Να συμπληρώσετε τα κενά, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις:
 - i. $\sqrt{49} = \dots$
 - ii. $\sqrt{(-3)^2} = \dots$
 - iii. $\sqrt{0} = \dots$
 - iv. $-\sqrt{16} = \dots$

ΘΕΜΑ 2^ο

1. Να γράψεις στην κόλλα αναφοράς δίπλα σε κάθε αριθμό τη λέξη που λείπει, ώστε να συμπληρωθεί σωστά η παρακάτω πρόταση που είναι γνωστή ως το Πυθαγόρειο Θεώρημα.
Σε κάθε(1)..... τρίγωνο το (.....(2).....) των τετραγώνων των δύο(3)..... πλευρών είναι ίσο με το(4)..... της(5).....
2. Με τη βοήθεια του παρακάτω σχήματος, να χαρακτηρίσεις καθεμιά από τις παρακάτω ισότητες σωστή ή λανθασμένη γράφοντας στην κόλλα αναφοράς τη λέξη Σωστή ή Λάθος δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί στην κάθε μία από αυτές.

- i) $B\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2$
- ii) $\Gamma E^2 = A\Gamma^2 + A E^2$
- iii) $AB^2 = B\Gamma^2 - A\Gamma^2$
- iv) $AB^2 = A E^2 + E B^2$
- v) $A\Gamma^2 = A E^2 - E\Gamma^2$



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

Να λύσετε τις εξισώσεις:

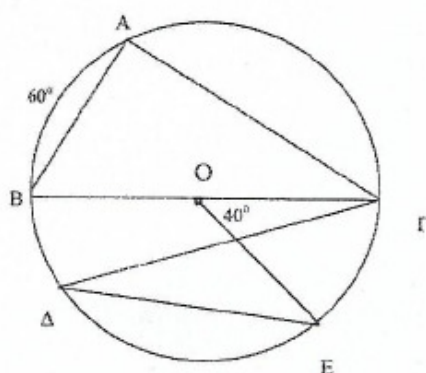
A. $5x - 7 = 8 + 2x$

B. $\frac{x+3}{2} - \frac{5-4x}{3} = \frac{x}{6} - 7$

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

Στο παρακάτω σχήμα O είναι το κέντρο του κύκλου, το τόξο AB έχει μέτρο 60° και $\widehat{GOE} = 40^\circ$.

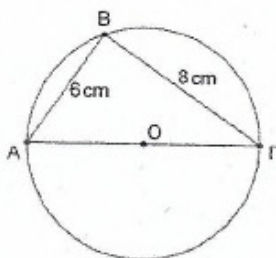
Να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών \widehat{BAG} , \widehat{AGB} , \widehat{ABG} , \widehat{GAE} .



ΑΣΚΗΣΗ 3^η

Στον παρακάτω κύκλο, με κέντρο O και διάμετρο AG , δίνονται οι χορδές $AB = 6\text{cm}$ και $BG = 8\text{cm}$.

1. Να εξηγήσετε γιατί το τρίγωνο ABG είναι ορθογώνιο και να αποδείξετε ότι $AG = 10\text{cm}$.
2. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Γ .
3. Να υπολογίσετε τα εμβαδά του τριγώνου ABG και του κυκλικού δίσκου.



(δίνεται ότι $\pi=3,14$)

ΟΔΗΓΙΕΣ

- 1) Να απαντήσετε σε 1 ΜΟΝΟ θέμα Θεωρίας από τα δύο και να λύσετε 2 ΜΟΝΟ Ασκήσεις από τις τρεις.
- 2) Όλες οι απαντήσεις να γραφούν στην κόλλα αναφοράς.
- 3) Όλα τα θέματα είναι ισοδύναμα.

Διαγώνισμα 8

Από τις δύο (2) θεωρίες να απαντήσετε στη μία (1)

ΘΕΜΑ 1ο

A. Τι γραμμή είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = a \cdot x$ και από πού διέρχεται;

B. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές ή με (Λ) αν είναι λάθος.

1) Κλίση της ευθείας $y = a \cdot x$ λέγεται ο λόγος $\frac{x}{y} = a$, με $y \neq 0$

2) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = 3 \cdot x + 5$ προκύπτει από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = 3 \cdot x$, αν τη μετατοπίσουμε παράλληλα κατά 5 μονάδες προς τα πάνω.

Γ. Στον παρακάτω πίνακα να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης Α με ένα μόνο στοιχείο της στήλης Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
1. Η ευθεία $y = -3 \cdot x + 2$	Α. είναι παράλληλη στην ευθεία $y = 3 \cdot x + 2$
2. Η ευθεία $y = 2 \cdot x - 1$	Β. έχει κλίση 2
3. Η ευθεία $y = x$	Γ. διέρχεται από το σημείο (0,2)
	Δ. είναι παράλληλη στην ευθεία $y = x + 2$

ΘΕΜΑ 2ο

A. Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα και να γράψετε τη σχέση του Π.Θ. σχεδιάζοντας ένα σχετικό σχήμα.

B. Να γράψετε στην σελίδα σας τις λέξεις που συμπληρώνουν το αντίστροφο του

Πυθαγορείου θεωρήματος:

«Αν σε ένα τρίγωνο, το(1)..... της μεγαλύτερης πλευράς είναι ...(2)..... με το ...(3)..... των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών, τότε η γωνία που βρίσκεται ...(4)..... από την μεγαλύτερη πλευρά είναι ...(5).....»

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ)

1) Το Πυθαγόρειο Θεώρημα εφαρμόζεται σε όλα τα τρίγωνα

2) Αν για τις πλευρές α, β, γ ενός τριγώνου ΑΒΓ ισχύει $\gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2$, τότε το τρίγωνο ΑΒΓ έχει $\tilde{A} = 90^\circ$.

Από τις τρεις (3) ασκήσεις να λύσετε τις δύο (2)

ΑΣΚΗΣΗ 1η

Α) Να απλοποιήσετε την παράσταση

$$A = -2 \cdot (3x - 4) + 5 \cdot (2 - 3x)$$

Β) Να λύσετε την εξίσωση

$$\frac{4 - 5x}{12} - \frac{3x - 3}{2} = 2x - 6$$

Γ) Να βρεθεί η τιμή της παράστασης Α για $x = 2$

ΑΣΚΗΣΗ 2η

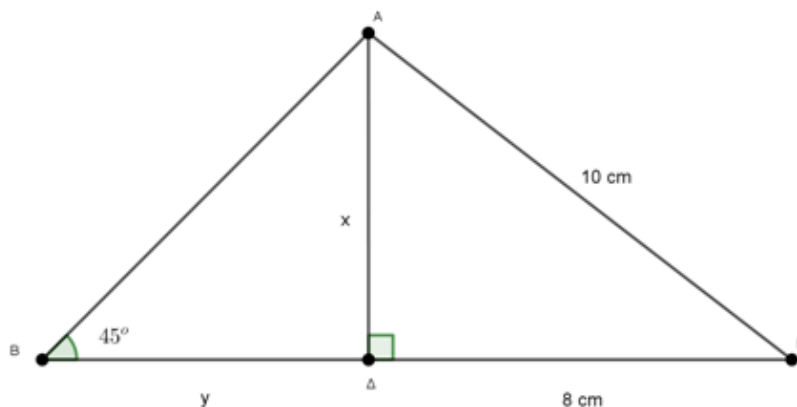
Στο παρακάτω τρίγωνο ΑΒΓ δίνεται $ΑΓ = 10 \text{ cm}$, $ΔΓ = 8 \text{ cm}$ και $\widehat{B} = 45^\circ$

Α) Να υπολογίσετε το ύψος $ΑΔ = x$ του τριγώνου

Β) Να υπολογίσετε το μήκος $ΒΔ = y$ και το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ

Γ) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Γ

(Δίνονται: $\eta\mu 45^\circ = 0,7$ $\sigma\upsilon\nu 45^\circ = 0,7$ $\epsilon\varphi 45^\circ = 1$)



ΑΣΚΗΣΗ 3η

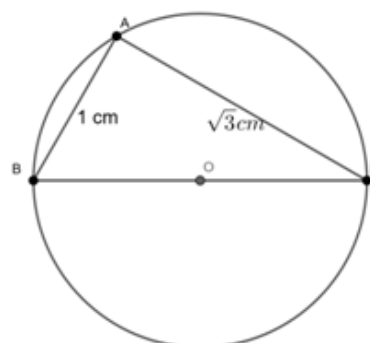
Στο διπλανό σχήμα δίνεται ότι $ΑΒ = 1 \text{ cm}$,

$ΑΓ = \sqrt{3} \text{ cm}$ και η ΒΓ είναι διάμετρος του κύκλου.

Α) Να εξηγήσετε γιατί η γωνία $\widehat{B\hat{A}G}$ είναι ορθή.

Β) Να υπολογίσετε τη διάμετρο ΒΓ του κύκλου.

Γ) Αν $ΒΓ = 2 \text{ cm}$ να υπολογίσετε το μήκος και το εμβαδόν του κύκλου.



Διαγώνισμα 9

Να απαντήσετε σε **ΕΝΑ ΜΟΝΟ** θέμα θεωρίας

Θεωρία 1

A) Να σχεδιάσετε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ με $\hat{A} = 90^\circ$ και να γράψετε τη σχέση που συνδέει τις πλευρές του ώστε να ισχύει το Πυθαγόρειο Θεώρημα.

B) Να γράψετε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.

Γ) Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις:

i) Το μήκος ενός κύκλου με ακτίνα ρ ή διάμετρο δ , δίνεται από τις σχέσεις

$$L = \dots (\alpha) \dots \quad \text{ή} \quad L = \dots (\beta) \dots$$

ii) Ένα πολύγωνο ονομάζεται κανονικό αν όλες οι $\dots (\gamma) \dots$ του και όλες οι $\dots (\delta) \dots$ είναι μεταξύ τους ίσες.

iii) Εγγεγραμμένη γωνία στον κύκλο (O,ρ) λέγεται η γωνία της οποίας η $\dots (\epsilon) \dots$ ανήκει στον κύκλο (O,ρ) και οι $\dots (\sigma\tau) \dots$ της τέμνουν τον κύκλο.

Δ) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες:

i) Κάθε εγγεγραμμένη γωνία έχει μέτρο ίσο με το μισό του μέτρου του αντίστοιχου τόξου της.

ii) Σ' ένα ορθογώνιο τρίγωνο, η εφαπτομένη μιας οξείας γωνίας του ω δίνεται από τον τύπο

$$\epsilon\phi\omega = \frac{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά}}{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}$$

iii) Το εμβαδόν κύκλου (O,ρ) δίνεται από τον τύπο $E = \pi \cdot \rho^2$.

Θεωρία 2

A) Να γράψετε τι ονομάζεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a .

B) Να γράψετε γιατί δεν ορίζεται η τετραγωνική ρίζα ενός αρνητικού αριθμού.

Γ) Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις:

i) Αν $\sqrt{a} = x$, όπου $a \geq 0$ τότε $x \geq \dots (\alpha) \dots$ και $x^2 = \dots (\beta) \dots$

ii) Αν $a \geq 0$ τότε $(\sqrt{a})^2 = \dots (\gamma) \dots$

iii) Κάθε αριθμός που δεν μπορεί να πάρει τη μορφή $\dots (\delta) \dots$ όπου μ, ν ακέραιοι με $\nu \neq 0$, ονομάζεται άρρητος αριθμός.

Δ) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες:

i) Η γραφική παράσταση της $y = ax$ είναι ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων O(0,0).

ii) Η γραφική παράσταση της $y = ax + \beta$, με $\beta \neq 0$ είναι μια ευθεία που τέμνεται με την $y = ax$.

iii) Η γραφική παράσταση της $y = ax + \beta$, με $\beta \neq 0$ είναι μια ευθεία που διέρχεται από το σημείο A(0,β) του $y'y$.

Να απαντήσετε σε ΔΥΟ ΜΟΝΟ ασκήσεις

Άσκηση 1

α) Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\text{i) } 2(y - 3) - 3(y - 1) = -3 - y \qquad \text{ii) } \frac{x+3}{2} - \frac{1-x}{3} = 1 + \frac{x+1}{6}$$

β) Δίνεται η αλγεβρική παράσταση $A = 3(y - x) - (x - 1) - 6(y - 337) + 3y$, να την απλοποιήσετε και να βρείτε την αριθμητική τιμή της για τις τιμές των μεταβλητών που βρήκατε στο (α) ερώτημα

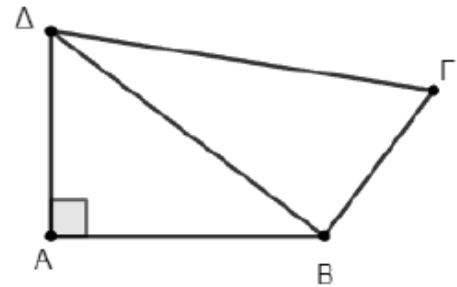
Άσκηση 2

Στο διπλανό τετράπλευρο ΑΒΓΔ η διαγώνιος ΒΔ το χωρίζει σε δύο τρίγωνα ΑΒΔ και ΒΓΔ. Δίνεται ότι το τρίγωνο ΑΒΔ είναι ορθογώνιο στη γωνία Α, ΑΔ = 9cm και ΑΒ = 12cm.

α) Να υπολογίσετε την πλευρά ΒΔ.

β) Αν ΒΔ = 15cm, ΓΔ = 17cm και ΒΓ = 8cm να ελέγξετε αν το τρίγωνο ΒΓΔ είναι ορθογώνιο.

γ) Αν η γωνία ΓΒΔ είναι 90° να υπολογίσετε το εμβαδόν του τετραπλεύρου ΑΒΓΔ.



Άσκηση 3

Στον διπλανό κύκλο (Ο, 5cm) με κέντρο Ο και ακτίνα $\rho = 5\text{cm}$ η ΑΓ είναι διάμετρος του κύκλου, ενώ το τόξο ΒΓ είναι 64° .

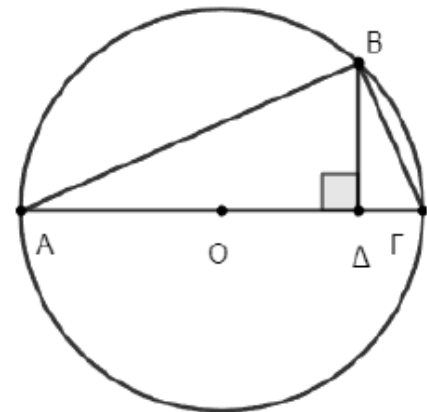
α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ.

β) Αν το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο και η γωνία Α είναι 32° να υπολογίσετε τις πλευρές του τριγώνου ΑΒΓ.

γ) Αν ΒΓ = 5,3cm και ΑΒ = 8,5cm να υπολογίσετε το εμβαδό του ΑΒΓ και το ύψος του ΒΔ.

Δίνονται: $\eta\mu 32^\circ = 0,53$ $\sigma\upsilon\nu 32^\circ = 0,85$ $\epsilon\phi 32^\circ = 0,62$

$\eta\mu 58^\circ = 0,85$ $\sigma\upsilon\nu 58^\circ = 0,53$ $\epsilon\phi 58^\circ = 1,6$



Διαγώνισμα 10

ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΩΡΙΑ 1^η

A) Τί λέγεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a ; (2,4 μονάδες)

B) Να μεταφέρετε τις παρακάτω προτάσεις στην κόλλα σας, συμπληρώνοντας κατάλληλα τα κενά ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις:

(1,8 μονάδες)

α) Επειδή $0^2 = 0$, ορίζουμε ως $\sqrt{0} = \dots\dots\dots$

β) Αν $\sqrt{a} = x$, όπου $a \geq 0$, τότε $x \geq 0$ και $x^2 = \dots\dots\dots$

γ) Αν $a \geq 0$, τότε $(\sqrt{a})^2 = \dots\dots\dots$

Γ) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **ΣΩΣΤΟ**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **ΛΑΘΟΣ**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

(2,4 μονάδες)

α) $\sqrt{(-6)^2} = 6$

β) $-\sqrt{25} = 5$

γ) $\sqrt{64+36} = \sqrt{64} + \sqrt{36} = 8+6=14$

ΘΕΩΡΙΑ 2^η

A) Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα. Να κάνετε το σχήμα και να γράψετε την αντίστοιχη ισότητα. (2,4 μονάδες)

B) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **ΣΩΣΤΟ**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **ΛΑΘΟΣ**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη. (2,4 μονάδες)

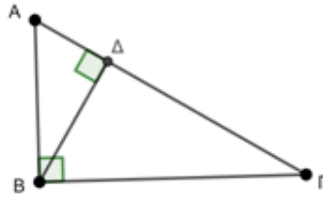
α) Το εμβαδόν ενός παραλληλογράμμου είναι ίσο με το γινόμενο μίας βάσης του επί το αντίστοιχο ύψος.

β) Το εμβαδόν ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι ίσο με το μισό του γινομένου των δύο κάθετων πλευρών του.

γ) Το εμβαδόν ενός τραπεζίου είναι ίσο με το γινόμενο του αθροίσματος των βάσεων του με το ύψος του.

Γ) Χρησιμοποιώντας το παρακάτω σχήμα να μεταφέρετε τις παρακάτω προτάσεις στην κόλλα σας, συμπληρώνοντας κατάλληλα τα κενά ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις:

(1,8 μονάδες)



- α) Στο τρίγωνο ABΓ ισχύει: $AB^2 = \dots\dots\dots$
 β) Στο τρίγωνο BΓΔ ισχύει: $BΓ^2 = \dots\dots\dots$
 γ) Στο τρίγωνο ABΔ ισχύει: $BΔ^2 = \dots\dots\dots$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

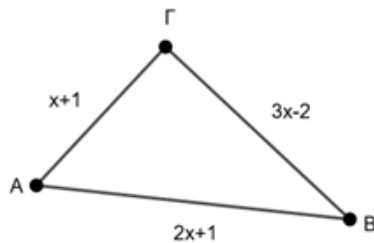
- A)** Δίνεται η παράσταση: $a = \sqrt{8} + \sqrt{9^2} - 2\sqrt{16} + \sqrt{(-3)^2} - 2\sqrt{2}$. Να αποδείξετε ότι $a = 4$. **(2 μονάδες)**
- B)** Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ϵ_1 που περνάει από την αρχή των αξόνων και έχει κλίση την τιμή της παράστασης a (που υπολογίσατε στο προηγούμενο ερώτημα). **(1,5 μονάδες)**
- Γ) α)** Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ϵ_2 που είναι παράλληλη στην ϵ_1 και τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $B(0, -5)$. **(1,5 μονάδες)**
- β)** Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 . **(1,7 μονάδες)**

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

- A)** Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{x-1}{2} - \frac{x+3}{6} = \frac{2x+1}{3} - 2$ **(2 μονάδες)**

Αν $x = 2$, τότε:

- B)** να εξετάσετε αν το παρακάτω τρίγωνο είναι ορθογώνιο και να βρείτε το εμβαδόν του.



- (1,5+1,1 μονάδες)**
- Γ)** Στο παραπάνω τρίγωνο να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας B. **(2,1 μονάδες)**

ΑΣΚΗΣΗ 3^η

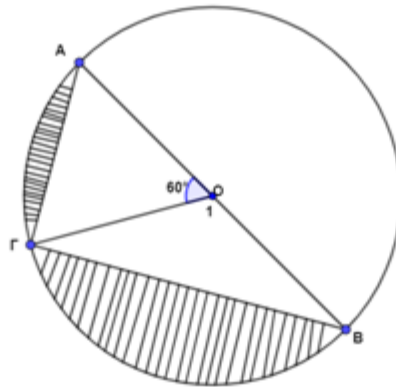
Δίνεται ο κύκλος του παρακάτω σχήματος με διάμετρο AB , ακτίνα $\rho = 5 \text{ cm}$ και η γωνία $\hat{A}O\Gamma = 60^\circ$. Να βρεθούν:

A) τα τόξα $B\Gamma$, $A\Gamma$ και η γωνία \hat{O}_1 **(2,1 μονάδες)**

B) το είδος του τριγώνου $\hat{A}B\Gamma$ ως προς τις γωνίες του και το είδος του τριγώνου $\hat{O}A\Gamma$ ως προς τις πλευρές του. **(1+1 μονάδες)**

Γ) το εμβαδόν του τριγώνου $\hat{A}B\Gamma$ και το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας. **(1,3+1,3 μονάδες)**

Δίνεται ότι $\sqrt{75} \approx 8,66$



Να απαντήσετε σε **μία** από τις δύο θεωρίες και σε δύο από τις τρεις ασκήσεις.

Διαγώνισμα 11

Θεωρία(Επιλέγετε μία από τις δύο)

ΘΕΜΑ 1^ο (μονάδες 3,7+1,5+1,5)

i) Ποιός αριθμός ονομάζεται άρρητος;

ii) Να συμπληρωθούν οι ισότητες:

$$\alpha) \sqrt{144} = \quad \beta) \sqrt{(-1)^2} = \quad \gamma) \sqrt{\frac{4}{9}} =$$

iii) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λάθος:

α) Οι πραγματικοί αριθμοί αποτελούνται από τους ρητούς και τους άρρητους αριθμούς.

β) Ο αριθμός $\sqrt{3}$ είναι ρητός.

γ) Ο αριθμός $\sqrt{17-1}$ είναι άρρητος.

ΘΕΜΑ 2^ο (μονάδες 3,7+1,5+1,5)

i) Να διατυπώσετε το αντίστροφο του πυθαγορείου θεωρήματος.

ii) Αν ένα τρίγωνο ΑΒΓ έχει ορθή τη γωνία Β , τότε:

$$\alpha) AB^2 + ΒΓ^2 = \quad \beta) ΑΓ^2 - AB^2 = \quad \gamma) ΑΓ^2 - ΒΓ^2 =$$

iii) Στο ίδιο τρίγωνο αν ΑΓ=5, ΒΓ=4 και ΑΒ=3 να συμπληρωθούν οι παρακάτω ισότητες:

$$\alpha) \eta\mu\Gamma = \quad \beta) \sigma\upsilon\nu A = \quad \gamma) \epsilon\phi\Gamma =$$

Ασκήσεις (Επιλέγετε δύο από τις τρείς)

ΘΕΜΑ 1^ο (μονάδες 2+2+2,7)

Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) $2(3-\chi)+4(1-\chi) = 2\chi+5$

β) $-3(\chi+1)-2(\chi-1) = -5\chi-1$

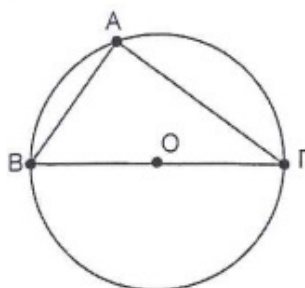
γ) $\chi - \frac{\chi+1}{2} = \frac{2\chi+3}{3} - 2$

ΘΕΜΑ 2^ο (μονάδες 0,7+1+1+1+3)

Δίνεται κύκλος με διάμετρο ΒΓ=5cm και σημείο Α του κύκλου ώστε ΑΒ=3cm.

A. Να αποδείξετε ότι:

- α) Η γωνία ΒΑΓ είναι ορθή.
- β) ΑΓ = 4cm.



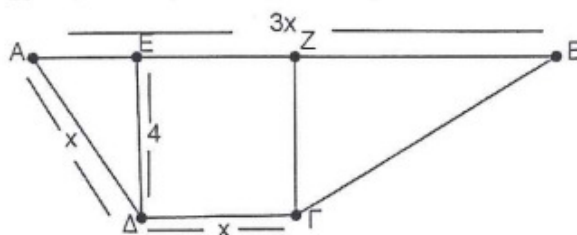
B. Να υπολογίσετε:

- i) Το μήκος του κύκλου
- ii) Το εμβαδό του κυκλικού δίσκου
- ii) Τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ΑΒΓ.

ΘΕΜΑ 3^ο (μονάδες 2,7+2+2)

Δίνεται το τραπέζιο ΑΒΓΔ με την πλευρά ΑΒ=3χ, την πλευρά ΓΔ=χ και την ΑΔ=χ. Αν το ύψος του τραπέζιου είναι ΔΕ=4 και το εμβαδόν του Ε=40 τ.μ, τότε:

- α) Να αποδείξετε ότι χ=5 και ΑΕ=3.
- β) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΕΔ.
- γ) Να βρείτε το εμβαδόν του ορθογωνίου ΕΖΓΔ.



Διαγώνισμα 12

ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

Να επιλέξετε **ΕΝΑ** από τα δύο παρακάτω θέματα Θεωρίας

ΘΕΜΑ 1°

A. Τι γνωρίζετε για τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=ax$

(μονάδες 3)

B. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με **Σ** αν είναι σωστές ή με **Λ** αν είναι λανθασμένες:

1. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=-3x+2$ διέρχεται από την αρχή O των αξόνων.

2. Η κλίση της ευθείας $y=3x+7$ είναι 3.

3. Οι ευθείες $y=-x+3$ και $y=-x-9$ είναι παράλληλες.

4. Η ευθεία $y=4x+3$ τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $B(0,4)$.

(μονάδες 2)

Γ. Να συμπληρώσετε τα κενά στις προτάσεις που ακολουθούν:

1. Στο σημείο $M(-4,7)$ ο αριθμός -4 ονομάζεται του σημείου, ενώ ο αριθμός 7 ονομάζεται..... του σημείου M .

2. Δύο ποσά ονομάζονται, όταν πολλαπλασιάζοντας τις τιμές του ενός ποσού με έναν αριθμό, τότε και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου πολλαπλασιάζονται με τον ίδιο αριθμό.

3. Στην ευθεία $y=ax$ ο λόγος $\frac{y}{x}$ είναι πάντα σταθερός και λέγεται της ευθείας. (μονάδες 2)

ΘΕΜΑ 2°

A. Να γραφεί ο ορισμός της εφαπτομένης μίας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου. (μονάδες 3)

B. Ο..... που σχηματίζεται, αν διαιρέσουμε την προσκείμενη κάθετη πλευρά μιας..... γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου δια την υποτείνουσα, είναι πάντοτε..... και λέγεται..... της γωνίας ω . (μονάδες 2)

Γ. Από τις παρακάτω προτάσεις να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

1. Ποιά από τις παρακάτω τιμές δεν μπορεί να εκφράσει την εφαπτομένη οξείας γωνίας ενός ορθογωνίου τριγώνου;

A. $\sqrt{3}$ B. -1 Γ. 3 Δ. $\frac{3}{2}$

2. Ποιά από τις παρακάτω τιμές δεν μπορεί να εκφράσει το ημίτονο οξείας γωνίας ενός ορθογωνίου τριγώνου;

A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{4}{5}$ Γ. $\frac{5}{4}$ Δ. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

3. Αν ω είναι μία οξεία γωνία, το συνω ενός ορθογωνίου τριγώνου θα μπορούσε να είναι:

A. 2 B. 3 Γ. $-\frac{1}{2}$ Δ. $\frac{1}{2}$

4. Ποιά από τις παρακάτω τιμές μπορεί να εκφράσει το ημίτονο οξείας γωνίας ενός ορθογωνίου τριγώνου;

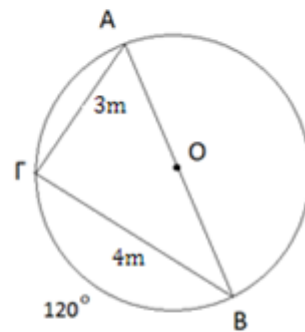
A. 5 B. $\frac{1}{2}$ Γ. $\frac{3}{2}$ Δ. -2 (μονάδες 2)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Να επιλέξετε **ΔΥΟ** από τις τρεις παρακάτω ασκήσεις

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

Στο παρακάτω σχήμα το μέτρο του τόξου ΒΓ είναι 120° και οι πλευρές του τριγώνου ΑΒΓ είναι ΑΓ=3m και ΒΓ=4m.



Να υπολογίσετε:

α. τις γωνίες \hat{A} , \hat{B} , $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου ΑΒΓ. (μονάδες 1,5)

β. τη διάμετρο ΑΒ του κύκλου. (μονάδες 2)

γ. το μέτρο του τόξου ΑΓ. (μονάδες 1)

δ. το μήκος του κύκλου και το εμβαδό του κυκλικού δίσκου. (μονάδες 2)

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

A. Να αποδείξετε ότι:

$$\alpha = \sqrt{3 - \sqrt{7 - \sqrt{9}}} = 1 \quad \text{και} \quad \beta = \sqrt{\sqrt{49} - \sqrt{25} + \sqrt{4}} = 2$$

(μονάδες 2)

B. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών της συνάρτησης $y=6-2x$, όπου α και β είναι οι προηγούμενες τιμές.

x	-2	0	α			
y				β	8	14

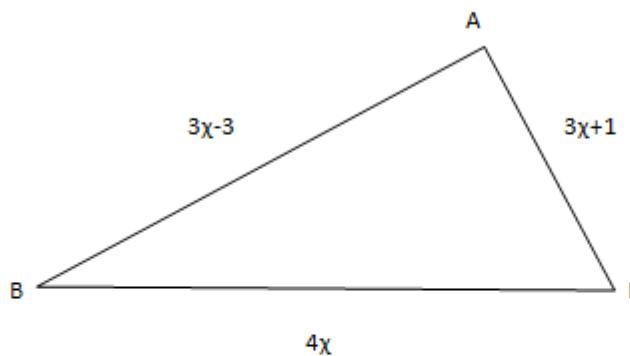
(μονάδες 3)

Γ. Να γίνει η γραφική παράσταση της συνάρτησης. Τι παριστάνει η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=6-2x$.

(μονάδες 1,5)

ΑΣΚΗΣΗ 3^η

Στο παρακάτω σχήμα, το τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει περίμετρο 48.



Αν $AB=3x-3$, $A\Gamma=3x+1$ και $B\Gamma=4x$.

A. Να υπολογίσετε το x .

(μονάδες 2)

B. Αν $x=5$ να υπολογίσετε τις πλευρές AB , $A\Gamma$ και $B\Gamma$.

(μονάδες 1,5)

Γ. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
και να υπολογίσετε το εμβαδό του.

(μονάδες 3)

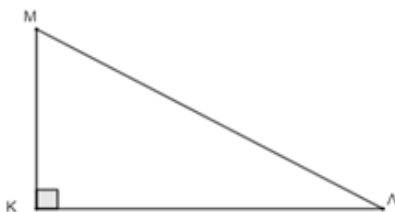
Διαγώνισμα 13

ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1°

A. Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα.

B. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω σχέσεις σύμφωνα με το παρακάτω σχήμα:



α) $MA^2 = \dots + \dots$ β) $MK^2 = \dots - \dots$ γ) $KA^2 = \dots - \dots$

Γ. Αν σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ για τις πλευρές του α , β και γ ισχύει $\gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2$ τότε **ποιες** από τις παρακάτω σχέσεις είναι σωστές;

α) $A=90^\circ$ β) $B=90^\circ$ γ) $\Gamma=90^\circ$ δ) $\gamma > \beta$ ε) $\alpha > \gamma$

ΘΕΜΑ 2°

A. Τι ονομάζουμε τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α ;

B. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά ώστε να προκύψει αληθής πρόταση:

Αν $\sqrt{x} = \alpha$ τότε πρέπει ο α να είναι αριθμός, ο x να είναι αριθμός και να ισχύει: $\alpha^2 = \dots$

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **ΣΩΣΤΟ** αν η πρόταση είναι σωστή ή **ΛΑΘΟΣ** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

A. Ισχύει: $\sqrt{\alpha^2} = \alpha$ για κάθε πραγματικό αριθμό α .

B. Η $\sqrt{0}$ δεν υπάρχει.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1°

Να λυθούν οι εξισώσεις:

A. $5 - 2(x+3) = 4x + 11$

B. $\frac{x-1}{2} + \frac{x+2}{3} = \frac{x+3}{2}$

Γ. Να εξετάσετε αν οι δύο παραπάνω εξισώσεις έχουν κοινή λύση.

ΘΕΜΑ 2°

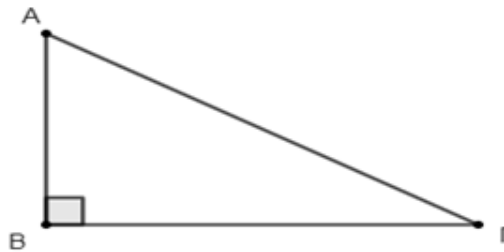
Στο παρακάτω σχήμα το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο με $B=90^\circ$.

Η πλευρά ΑΓ είναι 13cm και η πλευρά ΒΓ είναι 12 cm.

A. Να βρείτε την πλευρά ΑΒ

B. Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Γ (ημΓ, συνΓ, εφΓ)

Γ. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.



ΘΕΜΑ 3°

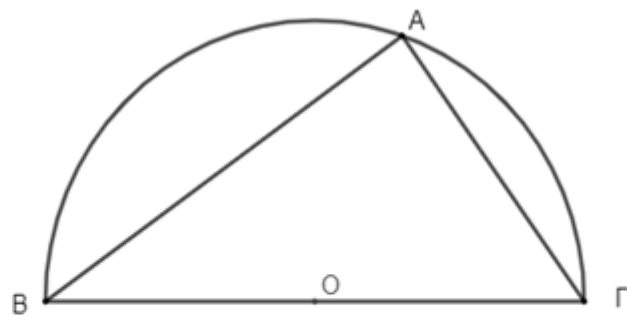
Στο παρακάτω σχήμα δίνονται :

Στο τρίγωνο ΑΒΓ η πλευρά ΑΒ= 8cm, η πλευρά ΑΓ= 6cm, και η πλευρά ΒΓ είναι διάμετρος του ημικυκλίου.

A. Να δικαιολογήσετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο και να προσδιορίσετε την ορθή γωνία του τριγώνου.

B. Να βρεθεί η πλευρά ΒΓ.

Γ. Να βρεθεί το μήκος και το εμβαδόν του ημικυκλίου.



ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΜΑΘΗΤΕΣ

- Από τα 2 θέματα θεωρίας να απαντήσετε μόνο στο 1.
- Από τα 3 θέματα ασκήσεων να απαντήσετε μόνο στα 2.
- Όλα τα θέματα είναι βαθμολογικά ισοδύναμα.

Διαγώνισμα 14

ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1

- A. Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα.
B. Να σχεδιάσετε ορθογώνιο τρίγωνο και να γράψετε τη σχέση που εκφράζει το Πυθαγόρειο Θεώρημα.
Γ. Να διατυπώσετε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.

ΘΕΜΑ 2

- A. Τι γνωρίζετε για τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \alpha \cdot x$;
B. Τι γνωρίζετε για τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \alpha \cdot x + \beta$;
Γ. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος;
α. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = 7x + 5$ έχει κλίση 5
β. Οι γραφικές παραστάσεις των $y = 18x + 10$ και $y = 10x$ είναι παράλληλες.
γ. Στη συνάρτηση $y = 20x$ τα ποσά x και y είναι ανάλογα.
δ. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = -3x$ περνά από την αρχή των αξόνων.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1

Δίνονται οι εξισώσεις:

$$\frac{3x + 5}{6} - \frac{2x - 1}{9} = 2 + \frac{5x - 19}{18} \quad \text{και} \quad 2(x - 3) - 3(4 - x) = -(3 - 2x)$$

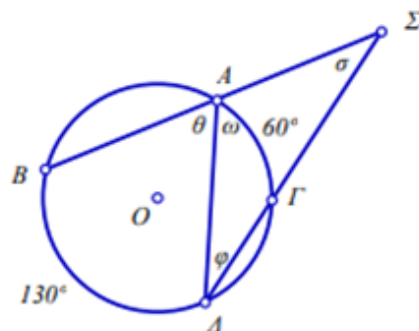
Αφού τις λύσετε, να εξετάσετε αν οι δύο παραπάνω εξισώσεις έχουν κοινή λύση.

ΑΣΚΗΣΗ 2

Στο διπλανό σχήμα δίνεται ότι το τόξο $AB = 60^\circ$ και το τόξο $BD = 130^\circ$.

Να υπολογίσετε:

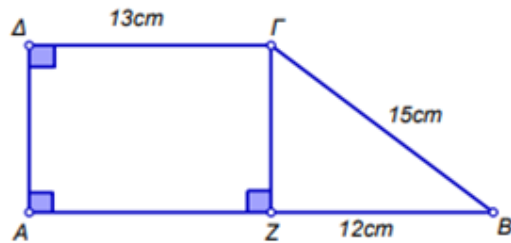
- A. Τις γωνίες θ , ω , ϕ , και σ .
B. Το μήκος του κύκλου και το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου αν $r=5\text{cm}$.



ΑΣΚΗΣΗ 3

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται το τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με τις γωνίες $A = \Delta = 90^\circ$, $BZ = 12\text{cm}$, $B\Gamma = 15\text{cm}$, $\Gamma\Delta = 13\text{cm}$. Να υπολογίσετε:

- A. το ύψος ΓZ του τραπέζιου
- B. το εμβαδόν του τριγώνου ΓZB
- Γ. το εμβαδόν του τραπέζιου $AB\Gamma\Delta$.



Διαγώνισμα 15

ΘΕΩΡΙΑ 1^η

A. Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις:

(i) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax$ είναι που διέρχεται από.....

(ii) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{a}{x}$, όπου $a \neq 0$ λέγεται και αποτελείται από

B. Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστή** ή **Λάθος**

- | | | | |
|------|---|---|---|
| i. | Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=0$ είναι ο άξονας $y'y$ | Σ | Λ |
| ii. | Η συνάρτηση $y=\frac{3}{x}$ εκφράζει ανάλογα ποσά | Σ | Λ |
| iii. | Η $y=3x$ και η $y=3x-1$ είναι παράλληλες | Σ | Λ |
| iv. | Η υπερβολή διέρχεται από την αρχή των αξόνων. | Σ | Λ |

ΘΕΩΡΙΑ 2^η

A) Πότε μια γωνία $\widehat{x\hat{A}y}$ λέγεται εγγεγραμμένη σε κύκλο (O, ρ) ;

B) Πότε ένα πολύγωνο ονομάζεται κανονικό;

Γ) Να χαρακτηρίσετε στην κόλλα σας τις παρακάτω προτάσεις ως ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ

α) Κάθε εγγεγραμμένη γωνία ισούται με το μισό της επίκεντρης που έχει ίσο αντίστοιχο τόξο. Σ Λ

β) Κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικόκλιο είναι οξεία.. Σ Λ

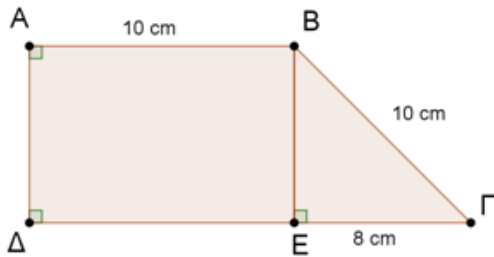
γ) Κάθε εγγεγραμμένη γωνία έχει μέτρο ίσο με το μέτρο του αντίστοιχου τόξου της Σ Λ

δ) Η γωνία $\widehat{\varphi}$ ενός κανονικού v -γώνου είναι ίση με $\widehat{\varphi} = \frac{360}{v}$ Σ Λ

ε) Αν $\widehat{\varphi}$ είναι η γωνία ενός κανονικού v -γώνου και ω η κεντρική γωνία του τότε $\widehat{\varphi} = 180 - \widehat{\omega}$ Σ Λ

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

Δίνεται τραπέζιο ABΓΔ με AB=10cm και ΒΓ=10cm. Επίσης ΕΓ=8cm.

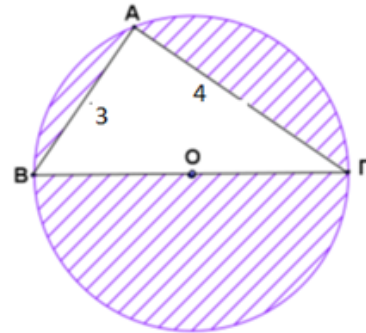


- i. Να βρεθεί η πλευρά ΒΕ.
- ii. Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου ΒΓΕ.
- iii. Να βρεθεί το εμβαδόν του τραpezίου ΑΒΓΔ.

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

Στο διπλανό σχήμα να βρείτε :

- i. την γωνία Α (να γίνει αιτιολόγηση) αν ΑΓ = 4cm και ΑΒ= 3cm
- ii. να υπολογίσετε την ΒΓ
- iii. το μήκος του κύκλου
- iv. το εμβαδόν του αντίστοιχου κυκλικού δίσκου



ΑΣΚΗΣΗ 3^η

Να λύσετε τις εξισώσεις

A: $2(x + 4) - (12 - x) = x + 6$

B: $\frac{2x-5}{3} = \frac{3x-1}{2} - \frac{5x+1}{6}$

ΟΔΗΓΙΕΣ

- i.) Να απαντήσετε στην κόλλα σας **μόνο σε ένα θέμα θεωρίας** από τα δύο και **σε δύο ασκήσεις** από τις τρεις.
- ii.) Όλες οι απαντήσεις θα δοθούν πάνω στην κόλλα αναφοράς.
- iii.) Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας και τον αριθμό καταλόγου στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Καμία άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε πάνω στην φωτοτυπία.

Διαγώνισμα 16

ΘΕΜΑ 1

A. Ποια παράσταση ονομάζεται αριθμητική και ποια αλγεβρική; Δώστε από ένα παράδειγμα.

B. Να χαρακτηρίσετε με σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις :

1. $\sqrt{\alpha^2} = \alpha, \alpha > 0$

2. $\sqrt{-\alpha} = -\alpha$

3. $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 5$

Γ. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της στήλης A με τα στοιχεία της στήλης B .

ΣΤΗΛΗ A

ΣΤΗΛΗ B

1. $\psi = \alpha\chi$

α. υπερβολή

2. $\psi = \alpha\chi + \beta$

β. ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων $O(0,0)$

3. $\psi = \frac{\alpha}{\chi}$

γ. ευθεία που διέρχεται από το σημείο $B(0, \beta)$

ΘΕΜΑ 2

A. Διατυπώστε το πυθαγόρειο θεώρημα και γράψτε την αντίστοιχη σχέση .

B. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της στήλης A με τα στοιχεία της στήλης B .

ΣΤΗΛΗ A

ΣΤΗΛΗ B

1. ημω

α. απέναντι κάθετη προς προσκείμενη κάθετη

2. συνω

β. απέναντι κάθετη προς υποτείνουσα

3. εφω

γ. προσκείμενη κάθετη προς υποτείνουσα

Γ. Να χαρακτηρίσετε με σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις :

1. Εμβαδό κύκλου $E = 2\pi r$

2. Μήκος κύκλου $L = \pi \cdot \delta$

3. Η διάμετρος είναι το μισό της ακτίνας .

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1

A. Να αποδειχτεί ότι η εξίσωση $\frac{\alpha+2}{4} - \frac{\alpha}{3} = 2 - \frac{3-\alpha}{6}$ έχει λύση την $\alpha = -4$

B. Να λυθεί η παρακάτω εξίσωση ως προς χ , αντικαθιστώντας όπου α την λύση του ερωτήματος A

$$3 \cdot (\chi+6) - 3 \cdot (\chi-3) - \alpha = 11$$

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο ABΓΔ με μικρή βάση AB = 6 cm και η πλευρά AD = 5 cm .

Το ύψος του τραπέζιου είναι 4 cm . Να γίνει το αντίστοιχο σχήμα στη κόλα αναφοράς και να βρεθεί το εμβαδό του τραπέζιου .

ΘΕΜΑ 3

Στο διπλανό σχήμα η ΒΓ είναι διάμετρος και το τρίγωνο

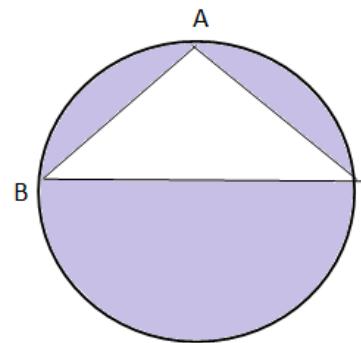
ΑΒΓ είναι ορθογώνιο.

Δίνεται το μήκος του κύκλου $L = 31,4$ cm και η πλευρά AB = 6 cm

A. Να βρεθεί η ακτίνα του κύκλου

B. Να βρεθεί η χορδή ΑΓ

Γ. Να βρεθεί το εμβαδό του σκιασμένου σχήματος .



ΠΡΟΣΟΧΗ : Από τις δύο θεωρίες θα απαντήσετε σε μία και από τις τρεις ασκήσεις σε δύο . Επίσης όλες οι απαντήσεις θα γραφτούν στην κόλα αναφοράς .

Όλα τα θέματα είναι ισοδύναμα

Διαγώνισμα 17

ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

- A.** Τι ονομάζεται **τετραγωνική ρίζα** ενός θετικού αριθμού a ;
B. Ποιοί αριθμοί ονομάζονται **άρρητοι** και ποιοι **πραγματικοί**;
Γ. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:

Μονάδες 1
Μονάδες 2
Μονάδες 2

1) Αν $a \geq 0$ τότε $(\sqrt{a})^2 = \dots\dots\dots$

2) $\sqrt{0} = \dots\dots\dots$, $\sqrt{1} = \dots\dots\dots$, $\sqrt{(-4)^2} = \dots\dots\dots$

Δ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν επιλέγοντας την κατάλληλη ένδειξη **Σ** για το Σωστό **Λ** για το Λάθος:

1) $\sqrt{25 + 16} = \sqrt{25} + \sqrt{16}$

Σ **Λ**

2) $\sqrt{(-2) \cdot (-18)} = \sqrt{-2} \cdot \sqrt{-18}$

Σ **Λ**

3) $\sqrt{\frac{49}{81}} = \frac{7}{9}$

Σ **Λ**

Μονάδες 1.6

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Τι ονομάζεται **εφαπτόμενη** μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου;

Μονάδες 1

B. Να συμπληρώσετε τα επόμενα κενά με κατάλληλες λέξεις, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις.

i. Ο λόγος που σχηματίζεται, αν διαιρέσουμε την μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου με την, είναι πάντοτε σταθερός και λέγεται **συνημίτονο** της γωνίας ω .

ii. Ο λόγος που σχηματίζεται, αν διαιρέσουμε την μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου με την, είναι πάντοτε σταθερός και λέγεται **ημίτονο** της γωνίας ω .

Μονάδες 1.6

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν επιλέγοντας την κατάλληλη ένδειξη **Σ** για το Σωστό **Λ** για το Λάθος:

Στο παρακάτω σχήμα είναι:

1) $\text{συν}\omega = \frac{AB}{AG}$

Σ **Λ**

2) $\eta\mu\omega = \text{συν}\theta$

Σ **Λ**

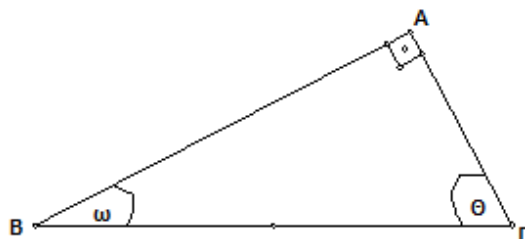
3) $\epsilon\phi\theta = \frac{AG}{AB}$

Σ **Λ**

4) $\eta\mu\theta = \frac{AB}{BG}$

Σ **Λ**

Μονάδες 4



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

A. Να λυθούν οι εξισώσεις:

1) $2x + 1 + 3x = 9 + x$

Μονάδες 2

2) $\frac{2x-1}{3} - \frac{x-2}{6} = -2$

Μονάδες 3

B. Αν α είναι η λύση της 1^{ης} εξίσωσης και β η λύση της 2^{ης}, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $K = \sqrt{\alpha^2 - 3\beta} + \sqrt{121} - \sqrt{225}$.

Μονάδες 1.7

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

Δίνεται οι ευθείες $(\varepsilon_1): y = 3x$ και $(\varepsilon_2): y = 3x + \beta$

α) Ποια από τα σημεία **A(0,1)**, **B(2,6)**, **Γ(-1,-3)** ανήκουν στην ευθεία (ε_1) ;

Μονάδες 1.5

β) Αν η ευθεία (ε_2) διέρχεται από το σημείο **K(4,14)**, να αποδείξετε ότι $\beta = 2$.

Μονάδες 1

γ) Για $\beta = 2$, να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών της ευθείας (ε_2) :

Μονάδες 2

x	-1	0			2
y			5	-4	

δ) Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις γραφικές παραστάσεις των ευθειών (ε_1) και (ε_2) . Τι παρατηρείτε για τις ευθείες; (είναι παράλληλες ή τέμνονται).

Μονάδες 2.2

ΑΣΚΗΣΗ 3^η

Στο διπλανό σχήμα δίνεται ο κύκλος (O, ρ) με ακτίνα $\rho=2$ cm και η

εγγεγραμμένη γωνία $\widehat{B\hat{A}G}=45^\circ$.

Να υπολογίσετε τα παρακάτω:

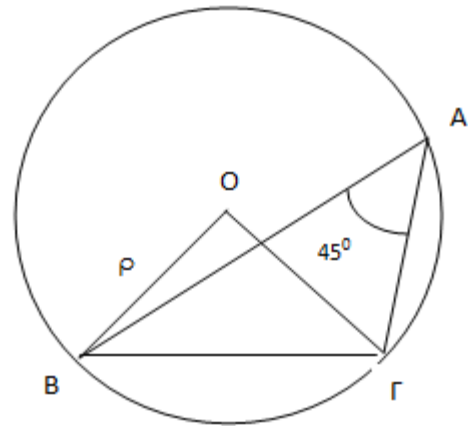
α. Τη γωνία $\widehat{B\hat{O}G}$ και να χαρακτηρίσετε το τρίγωνο BOG ως προς τις πλευρές και τις γωνίες του.

Μονάδες 3.3

β. Την πλευρά $B\Gamma$ του τριγώνου και το μήκος L του κύκλου. **Μονάδες 2**

γ. Το εμβαδό του τριγώνου (BOG) και του κυκλικού δίσκου E .

Μονάδες 1.4



ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Να απαντήσετε σε ένα θέμα θεωρίας και σε δύο θέματα ασκήσεων!!
Τα θέματα είναι ισοδύναμα!

Διαγώνισμα 18

ΘΕΩΡΙΑ

(ΝΑ ΑΠΑΝΤΗΣΕΤΕ ΣΕ ΕΝΑ ΑΠΟ ΤΑ ΔΥΟ ΖΗΤΗΜΑΤΑ)

ΖΗΤΗΜΑ 1 (9 x 0.75 M)

A. Να γράψετε στην κόλα σας την παρακάτω πρόταση συμπληρωμένη με τις λέξεις που ακολουθούν ώστε να προκύψει η διατύπωση του Πυθαγορείου Θεωρήματος :
ορθογώνιο , τετράγωνο , άθροισμα , ίσο , τετραγώνων

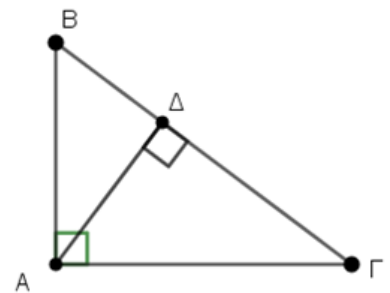
Σε κάθε τρίγωνο το της υποτεινουσας είναι με το των των κάθετων πλευρών του.

B. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο με γωνία Α ορθή και ΑΔ το ύψος που αντιστοιχεί στην ΒΓ.

Να γράψετε στο τετράδιό σας ποιες από τις παρακάτω ισότητες είναι σωστές

(Σ) και ποιες λάθος (Λ) :

- i) $AB^2 = AG^2 - BG^2$ ii) $AG^2 = AD^2 + GD^2$
iii) $AD^2 = AB^2 - BD^2$ iv) $BG^2 = AG^2 + AB^2$



ΖΗΤΗΜΑ 2 (9 x 0.75 M)

A Να γράψετε στην κόλα σας την παρακάτω πρόταση συμπληρωμένη με τις λέξεις που ακολουθούν ώστε να προκύψει ο ορισμός της τετραγωνικής ρίζας

ρίζα , θετικού , α , θετικός , τετράγωνο

Τετραγωνική ενός αριθμού α είναι ο αριθμός που όταν υψωθεί στο δίνει τον αριθμό

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν με την έκφραση «σωστό» ή «λάθος».

- α.** Ισχύει $\sqrt{0} = 0$. **β.** Ισχύει $\sqrt{16} = 8$.
γ. Ισχύει $\sqrt{-25} = -5$. **δ.** Ισχύει $\sqrt{0,04} = 0,2$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ
(ΝΑ ΑΠΑΝΤΗΣΕΤΕ ΣΕ ΔΥΟ ΑΠΟ ΤΑ ΤΡΙΑ ΖΗΤΗΜΑΤΑ)

ΖΗΤΗΜΑ 1

Δίνονται οι παραστάσεις : $a = \sqrt{2 + \sqrt{1 + \sqrt{9}}}$, $\beta = \sqrt{16} + (\sqrt{4})^2 - \sqrt{4^2}$

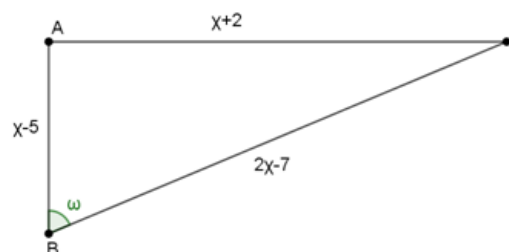
- I. Να δείξετε ότι $a = 2$ και $\beta = 4$ (1+1=2 M)
- II. Για $a = 2$ και $\beta = 4$ ποια από τις παρακάτω εξισώσεις είναι αδύνατη και ποια είναι ταυτότητα ;
- III. α) $2 \cdot (a \cdot \chi - 1) = \beta \cdot \chi - 2$ (2,33 M)

β) $\frac{3 \cdot (\chi - 1)}{\alpha} - \frac{5 \cdot \chi - 3}{\beta} = \frac{\chi}{\beta} - 1$ (2,33 M)

ΖΗΤΗΜΑ 2

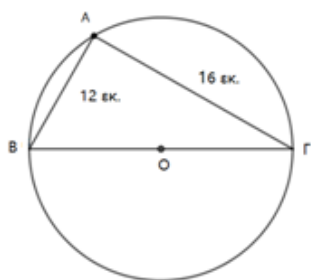
Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ABΓ έχει περίμετρο 30 cm

- I. Να βρείτε την τιμή του χ (2 M)
και στη συνέχεια για $\chi = 10$
- II. Να αποδείξετε ότι τα μήκη των πλευρών του τριγώνου είναι :
 $AB = 5$, $AG = 12$, $BG = 13$ (1,5 M)
- III. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο (1M) , ποιο θεώρημα εφαρμόσατε; (0.5 M)
- IV. Υπολογίστε το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ (2 μονάδες), και το ημω (0,65 M)



ΖΗΤΗΜΑ 3

Στο παρακάτω σχήμα ο κύκλος έχει κέντρο το O , ακτίνα ίση με ρ και στο τρίγωνο ABΓ είναι $AB = 12$ εκ. και $AG = 16$ εκ.



- i) Να εξηγήσετε γιατί η γωνία A του τριγώνου ABΓ είναι ορθή (1M) και να αποδείξετε ότι $BG = 20$ εκ (2M). Ποιο θεώρημα εφαρμόσατε; (1M)
- ii) Να υπολογίσετε την ακτίνα ρ του κύκλου (0,65M)
και στη συνέχεια για $\rho = 10$
- iii) Να υπολογίσετε το μήκος L (1M) και το εμβαδό E του κύκλου (1M)

Διαγώνισμα 19

A.ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Να μεταφέρετε στην κόλλα σας τις παρακάτω προτάσεις και να συμπληρώσετε τα κενά , ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις:

- a. Τετραγωνική ρίζα ενός αριθμού α , λέγεται ο αριθμός, ο οποίος, όταν υψωθεί στο, δίνει τον αριθμό α . Η τετραγωνική ρίζα του α συμβολίζεται με
- b. Αν $\sqrt{a} = x$, όπου $a \geq 0$, τότε $x \geq 0$ και $x^2 = a$.

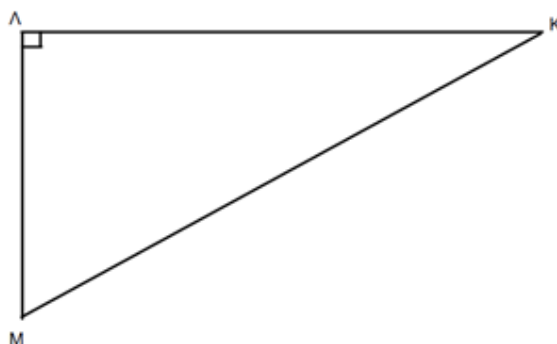
B. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα αντιστοιχίζοντας σε κάθε παράσταση σας στήλης A ,το αποτέλεσμα , στη στήλη B.

α	β	γ	δ	ϵ	$\sigma\tau$	ζ

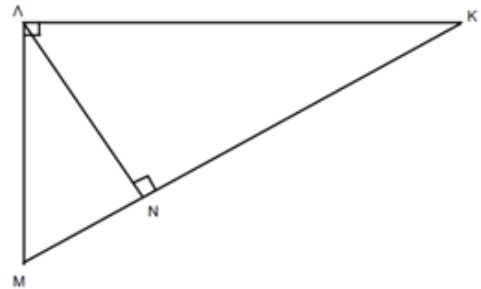
ΣΤΗΛΗ A	ΣΤΗΛΗ B
$\alpha. \sqrt{25}$	i. Δεν ορίζεται
$\beta. \sqrt{4}$	ii. 0
$\gamma. \sqrt{(-7)^2}$	iii. 2
$\delta. (\sqrt{7})^2$	iv. 5
$\epsilon. \sqrt{0}$	v. -7
$\sigma\tau. \sqrt{-100}$	vi. 7
$\zeta. \sqrt{21 + \sqrt{8\sqrt{4}}}$	vii. $\sqrt{26}$

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα και να γράψετε το τύπο σύμφωνα με το παρακάτω σχήμα.



B. Σύμφωνα με το σχήμα που ακολουθεί, να χαρακτηρίσετε σας προτάσεις γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.



- a. $\varepsilon\phi K = \frac{\Delta M}{\Delta K}$
- b. $\eta\mu M = \frac{\Delta N}{MK}$
- c. $\sigma\upsilon\nu K = \frac{KN}{KA}$
- d. $\varepsilon\phi M = \frac{\Delta K}{\Delta M}$
- e. $\sigma\upsilon\nu M = \frac{\Delta M}{MK}$
- f. $\eta\mu K = \frac{\Delta M}{\Delta K}$

Β.ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

- A. Να λύσετε την εξίσωση $\frac{x-1}{3} + \frac{x+2}{8} = \frac{x-2}{8} + \frac{7(x+1)}{24}$.
- B. Να βρεθεί η τιμή του μ στην παρακάτω εξίσωση, αν x η τιμή που βρήκατε στο ερώτημα A.
 $3(\mu+x) - 7x = 4\mu - 2$

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται η συνάρτηση $y = ax + 1$.

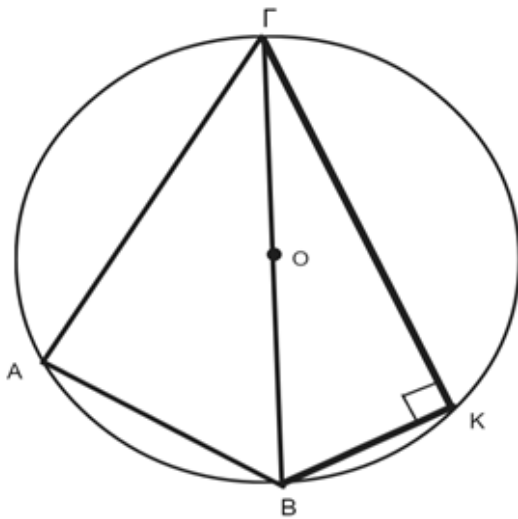
- a. Εάν η γραφική παράσταση της παραπάνω ευθείας διέρχεται από το σημείο A(1,2):
 - i. Να βρείτε την κλίση της ευθείας.
 - ii. Να γράψετε την εξίσωση της ευθείας.
- b. Να ελέγξετε αν το σημείο B(-4,-3) ανήκει στην ευθεία που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται κύκλος (O, ρ) με ακτίνα 5cm και τρίγωνο $AB\Gamma$ όπου $AB=6\text{cm}$.

- Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.
- Να βρείτε την πλευρά $A\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$.
- Να βρείτε το μήκος και το εμβαδόν του κύκλου (O, ρ) .
- Να βρείτε την πλευρά BK του τριγώνου $BK\Gamma$ αν γνωρίζετε ότι η γωνία $\Gamma B K$ είναι 60° .

Δίνονται $\eta\mu 60^\circ=0,8$, $\sigma\upsilon\nu 60^\circ=0,5$, $\epsilon\phi 60^\circ=1,7$.



Διαγώνισμα 20

ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

- A. Τι ονομάζεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a ;
- B. Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω ισότητες:
- $\sqrt{0} = \dots\dots$
 - Αν $a \geq 0$ τότε $(\sqrt{a})^2 = \dots\dots$
 - Αν $\sqrt{a} = x$ όπου $a \geq 0$ τότε $x^2 = \dots$

ΘΕΜΑ 2^ο

- A. Να διατυπώσετε το πυθαγόρειο θεώρημα σχεδιάζοντας ένα σχετικό σχήμα.
- B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α. Το πυθαγόρειο θεώρημα εφαρμόζεται σε όλα τα τρίγωνα.
- β. Αν για τις πλευρές a , β και γ ενός τριγώνου ΑΒΓ ισχύει $\gamma^2 = a^2 + \beta^2$, τότε το τρίγωνο ΑΒΓ έχει γωνία $A = 90^\circ$.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

α) Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{3x+1}{2} - x = \frac{6x-4}{7}$.

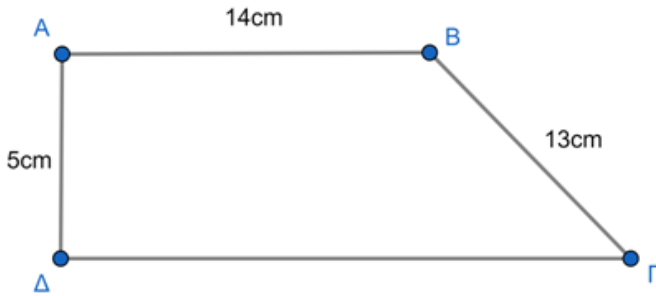
β) Αν $x = 3$ η λύση της εξίσωσης του (α) ερωτήματος, να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$\sqrt{21 + \sqrt{13 + x}}$$

ΘΕΜΑ 2°

Στο τραπέζιο που δίνεται στο επόμενο σχήμα οι γωνίες Α, Δ είναι ορθές και επίσης $AB=14\text{cm}$, $B\Gamma=13\text{cm}$, $A\Delta=5\text{cm}$. Να υπολογίσετε:

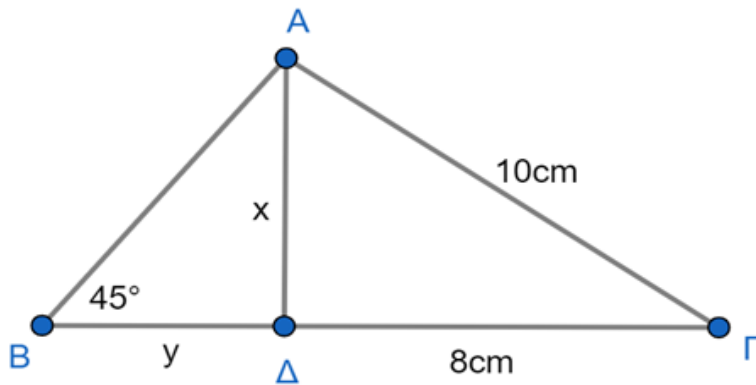
- A.** Το μήκος της ΔΓ
- B.** Το εμβαδό του τραπέζιου



ΘΕΜΑ 3°

Στο παραπάνω τρίγωνο ΑΒΓ δίνεται $A\Gamma = 10\text{cm}$, $\Delta\Gamma = 8\text{cm}$ και $B = 45^\circ$.

- A.** Να υπολογίσετε το ύψος $A\Delta = x$ του τριγώνου.
 - B.** Να υπολογίσετε το μήκος $B\Delta = y$ στο τρίγωνο.
 - Γ.** Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.
- Δίνονται : $\eta\mu 45^\circ = 0,7$, $\sigma\upsilon\nu 45^\circ = 0,7$, $\epsilon\phi 45^\circ = 1$.



Να απαντήσετε σε ένα θέμα θεωρίας και σε δύο θέματα ασκήσεων.

Διαγώνισμα 21

ΘΕΩΡΙΑ

Να απαντήσετε σε 1 από τα 2 θέματα θεωρίας

ΘΕΜΑ 1°

A. Τι ονομάζουμε τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α ;

B. Για τους πραγματικούς αριθμούς x , α ισχύει $\sqrt{\alpha} = x$.

Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Το α είναι αρνητικός αριθμός.

β. Το x είναι θετικός αριθμός ή μηδέν

γ. Ισχύει η σχέση $x^2 = \alpha$

Γ. Να αντιστοιχίσετε γράφοντας στην κόλλα σας κάθε αριθμό της στήλης A με τον ίσο του αριθμό από την στήλη B

ΣΤΗΛΗ A	ΣΤΗΛΗ B
i) $\sqrt{81}$	a) 3
ii) $\sqrt{25-16}$	b) -3
iii) $\sqrt{(-3)^2}$	c) 6
iv) $(\sqrt{9})^2$	d) 9
v) $\sqrt{9}$	

ΘΕΜΑ 2°

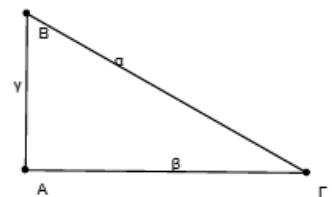
A) Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα.

B) Με βάση το διπλανό σχήμα όπου $A=90^\circ$ να γράψετε στο φύλλο σας τις ισότητες σημειώνοντας δίπλα από κάθε ισότητα ένα Σ αν είναι σωστή και ένα Λ αν είναι λανθασμένη.

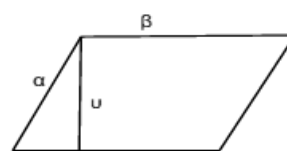
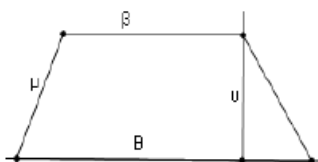
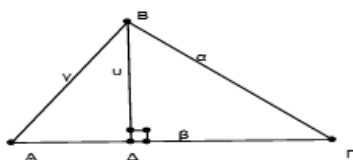
• $B\Gamma^2 = A\Gamma^2 + AB^2$

• $A\Gamma^2 = AB^2 - B\Gamma^2$

• $AB^2 = B\Gamma^2 - A\Gamma^2$



Γ) Να γράψετε στο φύλλο σας τους τύπους του εμβαδού των παρακάτω σχημάτων (τριγώνου, τραπεζίου και πλαγίου παραλληλογράμμου) :



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Να απαντήσετε σε 2 από τις 3 ασκήσεις .

ΑΣΚΗΣΗ 1:

Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις

A) $\frac{x-5}{3} + \frac{3-x}{6} = x - \frac{x-1}{2}$

B) $2(3x-5) - 4 = 5x - 10(x-3)$

ΑΣΚΗΣΗ 2:

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($\hat{A} = 90^\circ$).

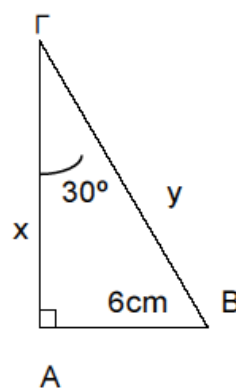
Αν $AB=6\text{cm}$, $\hat{\Gamma} = 30^\circ$, $B\Gamma = x$ και $A\Gamma = y$

Να υπολογιστούν:

α) Το x ,

β) το y ,

γ) το εμβαδό του τριγώνου ABΓ.



ΑΣΚΗΣΗ 3:

Δίνεται η συνάρτηση $y = -4x+2$

A) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών. (να φαίνονται οι πράξεις που θα κάνετε)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	
y								

B) Να γίνει η γραφική παράσταση της συνάρτησης αυτής σύμφωνα με τον παραπάνω πίνακα.

Γ) Ποια είναι η κλίση της παραπάνω ευθείας;

ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΙΝΑΙ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ

Διαγώνισμα 22

ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

- A) Ποια είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax$;
- B) Ποια είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax + \beta$, με $\beta \neq 0$ και ποια είναι η σχέση της με τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax$;
- Γ) Τι ονομάζεται κλίση της ευθείας $y = ax + \beta$, με $\beta \neq 0$;

ΘΕΜΑ 2^ο

- A) Πότε μια γωνία $\widehat{x\hat{A}y}$ ονομάζεται εγγεγραμμένη σε έναν κύκλο (O, ρ) ;
- B) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ (σωστή) ή Λ (λανθασμένη) :
- α) Κάθε επίκεντρη γωνία είναι ίση με το μισό της εγγεγραμμένης γωνίας που βαίνει στο ίδιο τόξο. Σ Λ
- β) Οι εγγεγραμμένες γωνίες ενός κύκλου που βαίνουν στο ίδιο τόξο ή σε ίσα τόξα είναι μεταξύ τους ίσες. Σ Λ
- γ) Κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο είναι ορθή. Σ Λ
- δ) Κάθε εγγεγραμμένη γωνία έχει μέτρο ίσο με το μέτρο του αντίστοιχου τόξου της. Σ Λ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

A) Να λύσετε την εξίσωση : $\frac{2(x+2)}{4} - \frac{1-5x}{3} = \frac{3(x+4)}{2} - 4$

- B) Αν η λύση της παραπάνω εξίσωσης είναι και λύση της εξίσωσης:

$$4x + \alpha - 9(x - \alpha) = 3(\alpha + 5) - 4, \text{ να βρείτε την τιμή του } \alpha.$$

ΘΕΜΑ 2^ο

α) Να βρείτε την τιμή των παραστάσεων:

$$A = \frac{1}{4}(\sqrt{81} - \sqrt{25}) + \frac{1}{5}(\sqrt{169} - \sqrt{64}) \quad , \quad B = \sqrt{2 + \sqrt{45 + \sqrt{22 - \sqrt{36}}}}$$

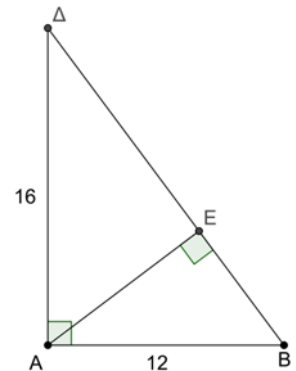
β) Για τις τιμές των παραστάσεων A και B που βρήκατε παραπάνω , να βρείτε

την τιμή της παράστασης: $\Gamma = (\sqrt{A})^2 + (\sqrt{B})^2 + 2\sqrt{AB} + 138 + 1994$.

ΘΕΜΑ 3^ο

Στο διπλανό ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Delta$ ($\hat{A} = 90^\circ$) είναι $AB = 12\text{cm}$
 $A\Delta = 16\text{cm}$ και AE το ύψος. Να υπολογίσετε:

- Το μήκος της πλευράς $B\Delta$.
- Τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας \hat{B} .
- Το εμβαδόν και το ύψος AE του τριγώνου $AB\Delta$.



Παρατήρηση

Από τα δύο θέματα θεωρίας να απαντήσετε το ένα.
Από τα τρία θέματα ασκήσεων να απαντήσετε τα δύο.

Διαγώνισμα 23

Από τα δύο θέματα θεωρίας να επιλέξετε το **ένα** και από τις τρεις ασκήσεις να επιλέξετε τις **δύο**.

ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΩΡΙΑ 1

A. Τι ονομάζουμε τετραγωνική ρίζα θετικού αριθμού α ; (2,3 μονάδες)

B. Να εξηγήσετε γιατί δεν υπάρχει τετραγωνική ρίζα αρνητικού αριθμού.

(2,2 μονάδες)

Γ. Να αντιγράψετε στο γραπτό σας και να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω ισότητες:

(i) $(\sqrt{121}) = \dots$

(ii) $\sqrt{a^2} = \dots, a \geq 0$

(iii) $\sqrt{(-5)^2} = \dots$

(3x0,7=2,1 μονάδες)

ΘΕΩΡΙΑ 2

A. Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο θεώρημα.

(2,2 μονάδες).

B. Ποια γωνία ονομάζεται εγγεγραμμένη;

(2,2 μονάδες).

Γ. Πότε μια εγγεγραμμένη γωνία ισούται με 90° ;

(2,2 μονάδες).

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1

Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

A. $8(x-9) = 4(3x+1) - 6(x-1)$

(3,2 μονάδες)

B. $\frac{2x-5}{10} + \frac{3}{5} - \frac{2x+1}{10} = 0$

(3,5 μονάδες)

Άσκηση 2

Στο διπλανό σχήμα σε κύκλο (O, 3cm) δίνονται:

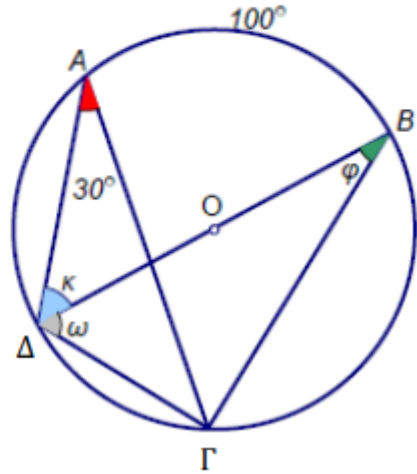
$$\angle A = 30^\circ \text{ και } \angle B = 100^\circ.$$

α.) Να υπολογίσετε τις γωνίες κ , ω και φ αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας.

(3x2= 6 μονάδες).

β.) Να υπολογίσετε το μήκος του κύκλου

(0,7 μονάδες).



Άσκηση 3

Δίνονται οι παραστάσεις

$$x = \sqrt{81 - (3\sqrt{2})^2} + \sqrt{(-10)^2} + \frac{\sqrt{225}}{5} \text{ και } y = \sqrt{1 + \sqrt{5 + \sqrt{16}}}.$$

α.) Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων x και y . (4 μονάδες).

β.) Αν $x = 4$ και $y = 2$ να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

$$K = 2 \cdot \sqrt{x^2 - 2xy + y^2} \text{ και } \Lambda = (\sqrt{x-1} + 3\sqrt{y+1} + 5\sqrt{3} - 8\sqrt{3})^2 \text{ (2,7 μονάδες).}$$

Διαγώνισμα 24

Α. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

1. Τι λέγεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α ;
2. Να συμπληρωθούν οι ισότητες:
 - α. Αν $\alpha, \beta \geq 0$ τότε $\sqrt{\alpha} * \sqrt{\beta} = \dots$.
 - β. Αν $\alpha, \beta \geq 0$ τότε $\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}} = \dots$.
 - γ. Αν $\alpha \geq 0$ τότε $(\sqrt{\alpha})^2 = \dots$.
3. Στον παρακάτω πίνακα να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης Α με ένα μόνο στοιχείο της στήλης Β.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
Α. $\sqrt{6^2}$	1. 8
Β. $\sqrt{(-8)^2}$	2. 4
Γ. $\sqrt{16}$	3. Δεν ορίζεται
Δ. $\sqrt{-25}$	4. 6
Ε. $\sqrt{16 + 9}$	5. 5

ΘΕΜΑ 2^ο

1. Να διατυπώσετε το πυθαγόρειο θεώρημα.
2. Να διατυπώσετε το αντίστροφο του πυθαγορείου θεωρήματος.
3. Να διατυπώσετε τους ορισμούς οξείας γωνίας ω ορθογωνίου τριγώνου:
 - α. $\eta\mu\omega =$
 - β. $\sigma\upsilon\nu\omega =$
 - γ. $\epsilon\phi\omega =$

Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Να λυθούν οι εξισώσεις:

1. $\frac{x-2}{3} - \frac{1-3x}{6} = \frac{x+1}{2}$

2. $\frac{x+4}{12} + \frac{x-4}{6} = 2 + \frac{x-5}{4}$

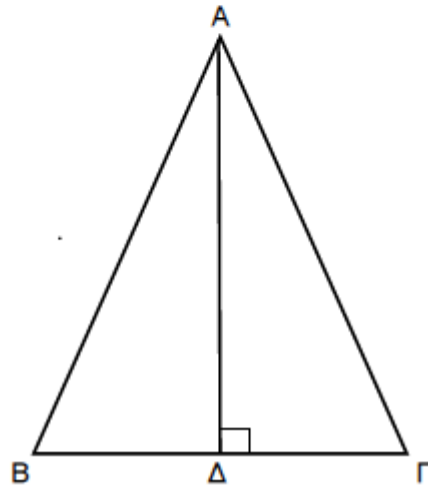
3. $3(x+5) - 2(x+1) = 36 + x - 23$

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ,
ΑΒ=ΑΓ=5cm, ΒΓ=6cm. ΑΔ είναι το
ύψος που αντιστοιχεί στη βάση ΒΓ.

Να βρείτε:

1. Τα τμήματα ΒΔ και ΔΓ.
2. Το ύψος ΑΔ.
3. Το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.
4. Το \widehat{B} , το $\widehat{\Gamma}$ και την \widehat{A} .

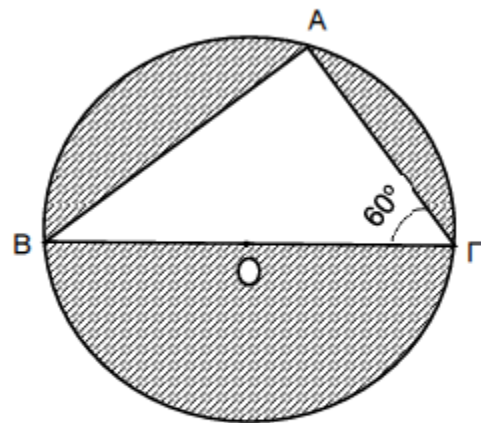


ΘΕΜΑ 3^ο

Στο διπλανό σχήμα, η ΒΓ είναι διάμετρος
του κύκλου και ισχύει ΒΓ=10cm και $\widehat{\Gamma}=60^\circ$.

Να βρεθούν:

1. Οι γωνίες \widehat{A} και \widehat{B} .
2. Η ακτίνα του κύκλου και το μήκος του.
3. Οι πλευρές ΑΒ και ΑΓ του τριγώνου ΑΒΓ.
4. Το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου χωρίου.



Δίνονται: $\eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2}$ $\epsilon\phi 60^\circ = \sqrt{3}$ $\sqrt{75} = 8,7$ $\sqrt{3} = 1,7$

Από τα δύο θέματα θεωρίας να γράψετε το ένα και από τα τρία θέματα των ασκήσεων να γράψετε τα δύο. Όλες οι απαντήσεις σας να γραφούν στην κόλα σας.