

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΜΠΕΔΩΣΗΣ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 «ΕΥΘΕΙΑ»

1. Η γραμμή  $C: x^2 + \psi^2 + 3x\psi = 0$  διέρχεται από την αρχή των αξόνων.  Σ  Λ
2. Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό  $\lambda$ , ώστε το σημείο  $A(4\lambda+1, \lambda+3)$  να ανήκει στη γραμμή  $C: x^2 + \psi^2 = 9$ .
3. Έστω τα σημεία  $A(0,0)$ ,  $B(4,-4)$ ,  $\Gamma(4,1)$  και  $\Delta(0,-4)$ . Να αντιστοιχίσετε κάθε ευθεία της αριστερής στήλης του παρακάτω πίνακα με τον αριθμό της δεξιάς στήλης που εκφράζει το συντελεστή διεύθυνσης της:

ΕΥΘΕΙΑ	ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗΣ
	α. 0
1. ΒΓ	β. -1
2. ΓΔ	γ. 0,8
3. ΑΔ	δ. 0,25
4. ΑΓ	ε. 4
5. ΒΔ	στ. 1,25
6. ΑΒ	ζ. 1
	η. δεν ορίζεται

4. Να βρείτε το συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας που σχηματίζει :
- (α) με τον άξονα  $x\psi'$  γωνία  $30^\circ$   
 (β) με τον άξονα  $\psi\psi'$  γωνία  $30^\circ$ .
5. Θεωρούμε τις παράλληλες ευθείες  $\epsilon, \delta$ . Να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας  $\epsilon$ , όταν  
 (α)  $\delta: \psi=5-2x$  (β)  $\delta: \psi=7$  (γ)  $\delta: x=2010$
6. Να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας  $\epsilon$ , που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και το σημείο  $A$ , όταν γνωρίζεται ότι η τετμημένη του σημείου  $A$  είναι διπλάσια της τεταγμένης του.
7. Να αντιστοιχίσετε κάθε ευθεία  $\epsilon$  της αριστερής στήλης του παρακάτω πίνακα με την γωνία (σε μοίρες) της δεξιάς στήλης

ΕΥΘΕΙΑ ΑΒ	ΓΩΝΙΑ της ΑΒ με ΑΞΟΝΑ $x'\psi'$
1. σημεία $A(4,4)$ και $B(-6,-6)$	α. 0
2. ΑΒ παράλληλη στην $\psi=x/\sqrt{2}$	β. 30
3. ΑΒ κάθετη στην $\psi=3-x$	γ. 45
4. ΑΒ παράλληλη στην $x=5$	δ. 60
5. ΑΒ κάθετη στην $x=5$	ε. 90
6. ΑΒ κάθετη στην $\psi=\sqrt{3}x$	στ. 120
	ζ. 135

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΜΠΕΔΩΣΗΣ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 «ΕΥΘΕΙΑ»

8. Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό  $\lambda$  ώστε οι ευθείες  $\varepsilon_1: \psi=3\lambda x$  και  $AB$  να είναι παράλληλες, όταν  $A(0,3)$  και  $B(2,5)$ .
9. Όταν οι ευθείες  $\varepsilon_1: \psi=2-(\lambda+1)x$  και  $\varepsilon_2: \psi=(\lambda+\frac{1}{6})x+1$  είναι κάθετες τότε ο πραγματικός αριθμός  $\lambda$  ισούται με  
 0        $-\frac{2}{3}$         $\frac{-5}{3}$  ή  $\frac{1}{2}$         $1$  ή  $\frac{5}{6}$        Δεν υπάρχει
10. Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό  $\lambda$  ώστε οι ευθείες  $\varepsilon_1: \psi=\lambda^2x-x$  και  $\varepsilon_2: \psi=x-2$  να είναι κάθετες.
11. Θεωρούμε τα σημεία  $A(4,-2)$  και  $B(3,3)$ . Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που  
 (α) διέρχεται από το  $A$  και είναι κάθετη στην  $AB$   
 (β) διέρχεται από το  $\Delta(-3,2)$  και είναι παράλληλη στην  $AB$ .
12. Θεωρούμε το σημείο  $A(-2,4)$ . και την ευθεία  $\varepsilon$ , που σχηματίζει με τον άξονα  $x'x$  γωνία  $135^\circ$  Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι κάθετη στην  $\varepsilon$  και διέρχεται από το  $A$ .
13. Να βρείτε τις εξισώσεις των διαμέσων του τριγώνου με κορυφές τα σημεία  $A(1,1)$ ,  $B(3,9)$  και  $\Gamma(5,7)$ .
14. Θεωρούμε τα σημεία  $A(4,6)$ ,  $B(-2,-2)$  και  $\Gamma(16,-2)$ . Να υπολογίσετε:  
 (α) τα ύψη του τριγώνου  $AB\Gamma$ .  
 (β) τις μεσοκάθετες των πλευρών του τριγώνου  $AB\Gamma$ .
15. Θεωρούμε τα σημεία  $A(4,7)$ ,  $B(8,17)$  και  $M$ , ώστε  $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{MB}$ . Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι κάθετη στην διχοτόμο της γωνίας  $xO\psi$  του συστήματος και διέρχεται από το  $M$ .
16. Να αποδείξετε ότι τα σημεία  $A(\alpha,\beta)$ ,  $B(\gamma,\delta)$  και  $\Gamma(\lambda(\alpha-\gamma)+\gamma,\lambda(\beta-\delta)+\delta)$  είναι συνευθειακά για κάθε πραγματικό αριθμό  $\lambda$ .
17. Να υπολογίσετε το συμμετρικό του σημείου  $A(4,7)$  ως προς την ευθεία  $\varepsilon: \psi=2x+4$ .
18. Η ευθεία  $\varepsilon: \psi=4x+16$  τέμνει  
 (α) τον άξονα  $\psi'\psi$  στο   $(4,0)$         $(0,-4)$         $(0,16)$   
 (β) τον άξονα  $x'x$  στο   $(-4,0)$         $(4,0)$         $(0,16)$
19. Να υπολογίσετε την εξίσωση της ευθείας, που είναι παράλληλη στην  $\varepsilon_1: \psi=3x+2$  και συντρέχει με τις ευθείες  $\varepsilon_2: \psi=2x+3$  και  $\varepsilon_3: \psi=x+4$ .
20. Θεωρούμε το τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB: \psi=x+2$ ,  $B\Gamma: \psi=3x+6$  και  $A\Gamma: \psi=1,5(x+1)$ .  
 (α) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες των κορυφών του  $AB\Gamma$ .  
 (β) Να υπολογίσετε τις εξισώσεις των διαμέσων και των υψών του τριγώνου  $AB\Gamma$ .  
 (γ) Να υπολογίσετε τις εξισώσεις των μεσοκαθέτων των πλευρών του  $AB\Gamma$ .

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΜΠΕΔΩΣΗΣ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 «ΕΥΘΕΙΑ»

- (δ) Να βρείτε το ορθόκентρο, το περίκентρο και το κέντρο βάρους του ΑΒΓ.
21. Θεωρούμε το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με  $\Gamma(3,4)$ ,  $AB:\psi=2x+3$ ,  $B\Gamma:\psi=3x+2$  και  $AD:\psi=3x+1$ . Να υπολογίσετε :
- (α) τα σημεία Α,Β,Δ.  
(β) τις εξισώσεις των διαγωνίων του ΑΒΓΔ.
22. Θεωρούμε το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με  $B(5,7)$ ,  $\Delta(2,2)$  και δύο πλευρές του ανήκουν στις ευθείες  $\epsilon:\psi=x+2$  και  $\eta:\psi=4-x$ . Να υπολογίσετε τις εξισώσεις των άλλων δύο πλευρών και τις συντεταγμένες των Α,Γ.
23. Να βρείτε τις κορυφές του παραλληλόγραμμου ΑΒΓΔ με  $AB:\psi=x+4$ ,  $A\Gamma:\psi=10-x$  και  $B\Delta:\psi=3$ .
24. Να βρείτε τις εξισώσεις των διαγωνίων του παραλληλόγραμμου ΑΒΓΔ με  $A(4,3)$ ,  $AB:\psi=2x-5$ ,  $B\Gamma:\psi=4$  και  $\Gamma\Delta:\psi=2x-7$ .
25. Να βρείτε τις κορυφές Γ,Δ του παραλληλόγραμμου ΑΒΓΔ με  $A(1,3)$ ,  $B(4,6)$ ,  $A\Gamma:\psi=2x+1$ ,  $B\Delta:\psi=0,5x+4$ .
26. Αν  $AD:\psi=10-x$  το ύψος ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ ( $AB=A\Gamma$ ) και  $\Gamma(4,8)$ ,  $A\Gamma:\psi=20-3x$ , τότε να βρείτε : (α) τις κορυφές Α,Β του τριγώνου και (γ) την διάμεσο ΓΜ.
27. Να βρείτε τις κορυφές του τριγώνου ΑΒΓ με  $AB:\psi=13-x$ ,  $\mu_\beta:\psi=4x-1$  και  $\nu_\alpha:\psi=15,5-1,5x$ .
28. Να βρείτε την ευθεία που διέρχεται από το σημείο  $A(0,5)$  και σχηματίζει με τους άξονες ισοσκελές τρίγωνο.
29. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας  $\epsilon$ , που διέρχεται από το σημείο  $M(1,4)$  και τέμνει τους άξονες  $Ox$  και  $O\psi$  στα σημεία Α,Β αντίστοιχα, ώστε  $x_A+\psi_B=10$ .
30. Θεωρούμε την εξίσωση :  $(4\mu^2-1)x+(\mu^2+2\mu+1)\psi+\mu-1=0$ .
- (α) Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση παριστάνει ευθεία για κάθε πραγματικό αριθμό  $\mu$ .  
(β) Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό  $\mu$ , ώστε η παραπάνω ευθεία να είναι παράλληλη στον άξονα  $x'x$ .
31. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση :  $4x^2-9\psi^2-20x+6\psi+24=0$  παριστάνει δύο τεμνόμενες ευθείες.
32. Θεωρούμε την εξίσωση :  $(\lambda^2+\lambda+3)x+(2\lambda^2-2\lambda+1)\psi=4\lambda^2+7$ .
- (α) Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση παριστάνει ευθεία, που τέμνει τους άξονες για κάθε πραγματικό αριθμό  $\lambda$ .  
(β) Να δείξετε ότι όλες οι παραπάνω ευθείες διέρχονται από σταθερό σημείο.
33. Να βρείτε ένα διάνυσμα που είναι παράλληλο στην ευθεία  $\epsilon$ , όταν :
- (α)  $\epsilon: 2x+4\psi-1=0$  (β)  $\epsilon: x=1$  (γ)  $\epsilon: \psi=-8$

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΜΠΕΔΩΣΗΣ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 «ΕΥΘΕΙΑ»

34. Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό  $\lambda$ , ώστε η ευθεία  $\varepsilon : (x+2\psi-1)+\lambda(x-\psi+2)=0$  να είναι παράλληλη στο διάνυσμα (α)  $\vec{\delta} = (-2,3)$  (β)  $\vec{\delta} = (0,3)$ .
35. Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό  $\lambda$ , ώστε η ευθεία  $\varepsilon : \lambda x+2\psi-1=0$  να είναι κάθετη στο διάνυσμα (α)  $\vec{\delta} = (-2,3)$  (β)  $\vec{\delta} = (2,0)$ .
36. Να υπολογίσετε το συνημίτονο της οξείας γωνίας που σχηματίζουν οι διαγώνιοι του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ, όταν ΑΒ:  $5\psi+14x+4=0$ , ΒΓ:  $2x-3\psi+60=0$ , ΓΔ:  $14x+5\psi-152=0$  και ΔΑ:  $2x-3\psi+8=0$ .
37. Όταν οι ευθείες  $\varepsilon_1: \lambda x+\psi=-2$  και  $\varepsilon_2: x+\lambda\psi+1=0$  είναι παράλληλες, τότε ο πραγματικός αριθμός  $\lambda$  ισούται με  
 0       1       2       1 ή -1
38. Όταν οι ευθείες  $\varepsilon_1:(\lambda+1)x+(\lambda-2)\psi=-3$  και  $\varepsilon_2: x-(3\lambda-5)\psi+2=0$  είναι κάθετες, τότε ο πραγματικός αριθμός  $\lambda$  ισούται με  
 1       3       1 ή 3       -1
39. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας, που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και τέμνει τις ευθείες  $\varepsilon_1:\psi-x-2=0$  και  $\varepsilon_2:\psi+x+3=0$  στα σημεία Κ,Λ αντίστοιχα ώστε  $ΚΛ=3\sqrt{5}$ .
40. Θεωρούμε το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με ΑΒ:  $4x-2\psi+2=0$ , ΑΓ:  $2x+3\psi=5$  και ΒΔ:  $3x-2\psi=1$ .  
 (α) Να αποδείξετε ότι το ΑΒΓΔ είναι ρόμβος.  
 (β) Να βρείτε τις εξισώσεις των πλευρών του ΒΓ και ΓΔ.
41. Θεωρούμε το τρίγωνο ΑΒΓ με Α( $\lambda,\lambda+1$ ), Β( $\lambda+2,2\lambda$ ) Γ(4,6) και το σημείο Μ ώστε  $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MG} = \vec{0}$ . Να αποδείξετε ότι το σημείο Μ κινείται σε μια ευθεία για τις διάφορες τιμές του πραγματικού αριθμού  $\lambda$ .
42. Να εξετάσετε αν υπάρχει τρίγωνο με διαμέσους τις ευθείες  $x+\psi=3$ ,  $2x+\psi=4$  και  $3x-\psi=6$ .
43. Αν Α(1,3) και οι ευθείες  $x=3$  και  $4x-3\psi+1=0$  δύο διάμεσοι του τριγώνου ΑΒΓ, τότε να υπολογίσετε την εξίσωση της πλευράς ΒΓ.
44. Να βρείτε την απόσταση του σημείου Α από την ευθεία  $\varepsilon: 6x+8\psi=3$ , όταν Α είναι το σημείο τομής των ευθειών  $\varepsilon_1: 3x+4\psi=1$  και  $\varepsilon_2: 2x+3\psi=0$ .
45. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη στην ευθεία  $\eta: 12x+16\psi-3=0$  και απέχει από την αρχή των αξόνων 0,25 μονάδες.
46. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο Γ(1,3) και ισαπέχει από τα σημεία Α(0,4) και Β(2,10).

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΜΠΕΔΩΣΗΣ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 «ΕΥΘΕΙΑ»

---

47. Να βρείτε το σημείο  $M$  του άξονα  $x'$  που ισαπέχει από την ευθεία  $\varepsilon: \psi = \frac{3}{4}x$  και το σημείο  $A(1, \frac{\sqrt{11}}{5})$ .
48. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας  $\varepsilon$ , που είναι παράλληλη στην ευθεία  $\zeta: x - \psi + 3 = 0$  και απέχει 3 μονάδες από αυτήν.
49. Να βρείτε τη διχοτόμο της γωνίας που σχηματίζουν οι ευθείες  $\psi = 3 - 2x$  και  $x + 2\psi = 3$ .
50. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου  $AB\Gamma$ , όταν:
- (α)  $A(1,3)$ ,  $B(3,9)$  και  $\Gamma(-2,0)$
  - (β)  $AB: \psi = x + 5$ ,  $B\Gamma: x + \psi + 1 = 0$  και  $A\Gamma: \psi + 11x = 29$
  - (γ)  $B(-1,-1)$ ,  $A\Gamma: 9\psi + 7x = 14$  και  $u_\alpha: x + 2\psi = 2$ .
51. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του παραλληλογράμμου  $AB\Gamma\Delta$ , όταν  $A(1,5)$ ,  $AB: \psi = 3x + 2$ ,  $B\Gamma: \psi = x + 6$  και το κέντρο του είναι το  $K(4,9)$ .
52. Να βρείτε το σημείο  $M$  της ευθείας  $\varepsilon: 2x + \psi = 4$ , ώστε το εμβαδόν του τριγώνου  $MAB$  να είναι 3 τ.μ., όταν  $A(4,7)$  και  $B(5,6)$ .
53. Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο των σημείων  $M$ , ώστε το τρίγωνο  $MAB$  να έχει εμβαδόν 2 τ.μ., όταν  $A(1,3)$  και  $B(3,1)$ .
54. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας  $\varepsilon$ , που διέρχεται από το σημείο  $A(6,6)$  και σχηματίζει με τις ευθείες  $\psi = 3x$  και  $x + \psi = 15$  τρίγωνο εμβαδού 8 τ.μ.
55. Να βρείτε τα σημεία  $M$ , που ισαπέχουν από τα σημεία  $A(1,5)$ ,  $B(7,13)$  και το εμβαδόν του τριγώνου  $MAB$  είναι 25 τ.μ.