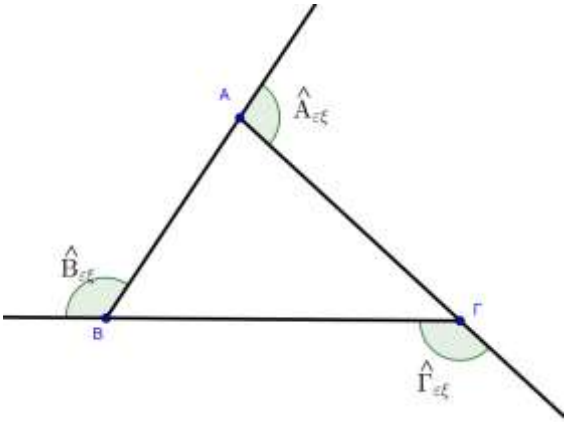
1ο ΘΕΩΡΗΜΑ: Κάθε εξωτερική γωνία ενός τριγώνου είναι μεγαλύτερη από καθεμία από τις απέναντι γωνίες του τριγώνου.



$\hat{A}_{εξ} > \hat{B}$ και $\hat{A}_{εξ} > \hat{Γ}$

Όμοια

$\hat{B}_{εξ} > \hat{A}$ και $\hat{B}_{εξ} > \hat{Γ}$ και

$\hat{Γ}_{εξ} > \hat{B}$ και $\hat{B}_{εξ} > \hat{A}$

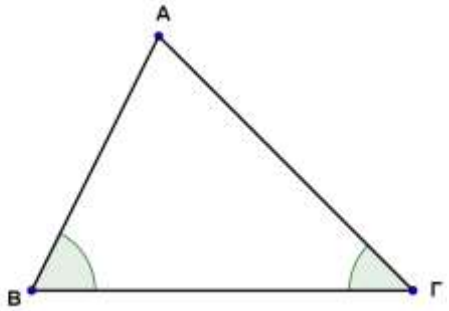
1. Στο τρίγωνο ΑΒΓ να αποδείξετε ότι $\hat{Γ}_{εξ} > \frac{\hat{A}+\hat{B}}{2}$
2. Δίνεται τρίγωνο ΚΛΜ. Τότε ισχύει $\hat{K}_{εξ}$<$\hat{Λ}$ Σ Λ
3. Δίνεται τρίγωνο ΠΡΣ. Τότε ισχύει $\hat{Π}_{εξ}$ >……. και $\hat{Π}_{εξ}$ >…….

ΠΟΡΙΣΜΑΤΑ 1ου ΘΕΩΡΗΜΑΤΟΣ

1α)Κάθε τρίγωνο έχει το πολύ μια ορθή γωνία ή μια αμβλεία. γωνία .

1β) Το άθροισμα δύο γωνιών κάθε τριγώνου είναι μικρότερο των 180°.

2ο ΘΕΩΡΗΜΑ: Σε κάθε τρίγωνο απέναντι από άνισες πλευρές βρίσκονται όμοια άνισες γωνίες και αντίστροφα.



Δηλαδή στο τρίγωνο ΑΒΓ που έχουμε β>γ θα ισχύει ότι

$\hat{B} > \hat{Γ}$ και αντίστροφα αν $\hat{B} > \hat{Γ}$ τότε β>γ

ΠΟΡΙΣΜΑΤΑ 2ου ΘΕΩΡΗΜΑΤΟΣ

2α) Στο ορθογώνιο τρίγωνο η μεγαλύτερη πλευρά βρίσκεται απέναντι από την ορθή γωνία

2β)Στο αμβλυγώνιο τρίγωνο η μεγαλύτερη πλευρά βρίσκεται απέναντι από την αμβλεία γωνία.

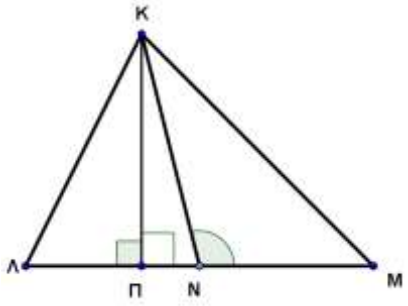
2γ)Στο οξυγώνιο τρίγωνο η μεγαλύτερη πλευρά βρίσκεται απέναντι από την μεγαλύτερη οξεία γωνία του τριγώνου.

2δ)Αν ένα τρίγωνο έχει δύο γωνίες ίσες, τότε είναι ισοσκελές

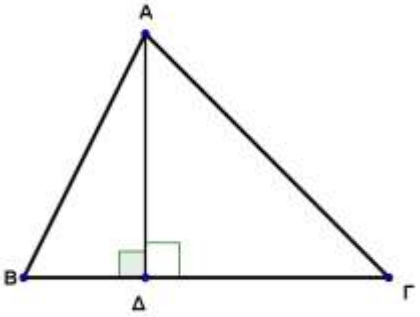
2ε)Αν ένα τρίγωνο έχει τρεις γωνίες ίσες τότε είναι ισόπλευρο.

4. Δίνεται τρίγωνο ΔΕΖ με $\hat{Δ}$<$\hat{Ε}$ και $\hat{Ζ}$<$\hat{Δ}$. Διατάξτε τις πλευρές του τριγώνου ΔΕΖ από την μικρότερη προς τη μεγαλύτερη.

5. Δίνεται τρίγωνο ΒΑΓ με ΑΒ<ΑΓ. Δείξτε ότι $\widehat{B}_{\varepsilon\xi}<\widehat{\Gamma}_{\varepsilon\xi}$
6. Με βάση το διπλανό σχήμα να αποδείξετε ότι στο οξυγώνιο τρίγωνο ΚΛΜ ισχύει
   α)ΚΛ>ΛΠ β) ΚΝ>ΝΠ και γ)ΚΜ >ΜΝ

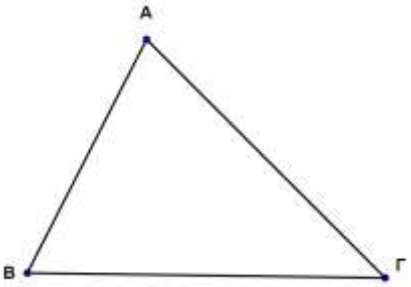


7. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΒΑΓ($\widehat{A}$=90°), με $\widehat{B} < \widehat{\Gamma}$ και ύψος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα το ΑΔ, να διατάξετε από το μικρότερο στο μεγαλύτερο τα τμήματα ΑΒ, ΒΓ, ΑΔ, ΑΓ.
8. Με βάση το διπλανό σχήμα να αποδείξετε ότι
   α)ΒΔ<ΑΒ β) ΔΓ<ΑΓ και γ)ΒΓ <ΑΒ+ΑΓ



ΘΕΩΡΗΜΑ 3. (Τριγωνική ανισότητα)

Κάθε πλευρά τριγώνου είναι μικρότερη από το άθροισμα των δύο άλλων και μεγαλύτερη από την απόλυτη τιμή της διαφοράς τους.



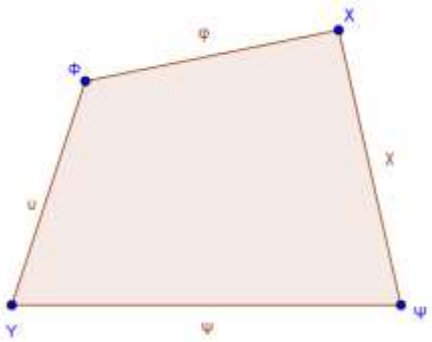
Δηλαδή στο τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει:

$|\beta - \gamma| < \alpha < \beta + \gamma$, $|\alpha - \gamma| < \beta < \alpha + \gamma$ και $|\alpha - \beta| < \gamma < \alpha + \beta$

ΠΟΡΙΣΜΑΤΑ 3ΟΥ ΘΕΩΡΗΜΑΤΟΣ

Κάθε χορδή κύκλου είναι μικρότερη ή ίση της διαμέτρου.

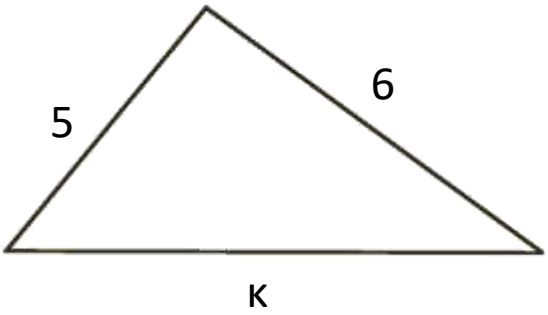
9. Να αποδείξετε υπάρχει τρίγωνο ΒΑΓ με πλευρές α, β και γ αν και μόνο αν ισχύει μια από τις ανισότητες $|\beta - \gamma| < \alpha < \beta + \gamma$, $|\alpha - \gamma| < \beta < \alpha + \gamma$ και $|\alpha - \beta| < \gamma < \alpha + \beta$
10. Με βάση το διπλανό σχήμα να αποδείξετε ότι
    ΥΨ<ΥΦ+ΦΧ+ΧΨ



11. Να εξετάσετε αν υπάρχει τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές α, β και γ για τις οποίες γνωρίζουμε ότι:
    i. α=5, β=6 και γ=7
    ii. α=10, β=6, γ=3
    iii. α=4λ, β=3λ και γ=2λ
    iv. $\beta=\frac{3\alpha}{5}$ και $\gamma=\frac{4\alpha}{3}$

Για το τρίγωνο του διπλανού σχήματος ισχύει:

α. κ = 7 β. κ = 4 γ. 2<κ<11 δ. κ<10 ε. 0<κ< 12



Κυκλώστε το γράμμα της σωστής απάντησης και αιτιολογήστε την απάντησή σας.

ΒΑΣΙΚΟ ΘΕΩΡΗΜΑ.

Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες και τις περιεχόμενες γωνίες άνισες, τότε και οι τρίτες πλευρές θα είναι όμοια άνισες και αντίστροφα.

12.Δίνονται τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ, όπου ΑΒ=ΔΕ, ΑΓ=ΔΖ και $\hat{A}<\hat{\Delta}$. Τότε ΒΓ……ΕΖ.
13.Δίνονται τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΚΛΜ, όπου ΑΒ=ΚΛ, ΑΓ=ΛΜ και $\hat{A}>\hat{\Lambda}$. Τότε ΒΓ……ΚΜ.
14.Δίνονται τα τρίγωνα ΚΛΜ και ΔΕΖ, όπου ΚΛ=ΔΕ, ΚΜ=ΔΖ και $\Lambda M > EZ$ Τότε $\hat{K}$…..$\hat{\Delta}$
15.Δίνονται τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΚΛΜ, όπου ΑΒ=ΚΛ, ΒΓ=ΚΜ και $A\Gamma < \Lambda M$. Τότε $\hat{B}$…..$\hat{K}$.