

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΤΙΜΕΣ

1. Να υπολογιστούν οι παρακάτω παραστάσεις

α) $|\sqrt{2}-1| - |\sqrt{2}+1|$ Απ. -2

β) $|\pi-4| + \pi - 3$ Απ. 1

γ) $|x^2+4| - |x^2|$ Απ. 4

δ) $|\eta\mu x-1| + |\eta\mu x+1|$ Απ. 2

2. Να αποδείξετε ότι

α) $|\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2| - |\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2| = 2\alpha\beta$ για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

β) $|x^2-x+1| - |x^2-2x+1| = x$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

γ) $|x^2+2x+1| - |x^2-4x+5| = 6x-4$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

3. Αν $x > 3$ απλοποιήστε την παράσταση $|x-3| - |x+2| + |2-x|$ Απ. $x-7$

4. Αν $\alpha < 2 < \beta$ να απλοποιήσετε την παράσταση $|\alpha-2| + |\beta+3| - |\alpha-\beta| - 5$ Απ. 0

5. Αν $-1 < \alpha < 2$ να απλοποιήσετε την παράσταση $|\alpha-2| - |\alpha+1| + 2\alpha - 1$ Απ. 0

6. Αν $-2 < \alpha < 3$ να απλοποιήσετε την παράσταση $-|2\alpha-6| + |\alpha+3| - |3\alpha+7|$ Απ. -10

7. Αν $x > 0$ να απλοποιήσετε την παράσταση $\frac{|x|}{x} - \frac{x+2}{|-2-x|}$ Απ. 0

8. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις $\frac{x^2+2|x|}{|x|+2}$ Απ. $|x|$

$\frac{x^2+2|x|+1}{|x|+1}$ Απ. $|x|+1$

9. Να απλοποιήσετε την παράσταση $|x-|x|| - ||x|+x| + 2x$ Απ. 0

1. Να υπολογιστούν οι παρακάτω παραστάσεις

α) $-|\sqrt{3}-2| - |4-\sqrt{3}| - 2\sqrt{3} + 6$ Απ. 0

β) $\frac{|\sqrt{3}-1|}{|1-\sqrt{3}|} - |\pi-\sqrt{2}| + |\pi-2| + 1 - \sqrt{2}$ Απ. 0

γ) $|\alpha^2+\beta^2| - |\alpha^2+1| - |\beta^2|$ Απ. -1

δ) $|\sin x+1| + |\sin x-1|$ Απ. 2

2. Να αποδείξετε ότι

α) $|\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2| - |\alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2| = 4\alpha\beta$ για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

β) $2|x^2+1| - |x^2-2x+1| = (x+1)^2$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

β) $|x^2+2x+3| - |x^2-2x+2| = 4x+1$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

3. Αν $x < 1$ απλοποιήστε την παράσταση $|x-1| - |2-x|$ Απ. -1

4. Αν $x < 1 < y$ να απλοποιήσετε την παράσταση $|y-x| - |y+1| - |x-2| + 3$ Απ. 0

5. Αν $3 < x < 4$ να απλοποιήσετε την παράσταση $|x-3| + |-x+4|$ Απ. 1

6. Αν $-1 < x < 3$ να απλοποιήσετε την παράσταση $|2x+3| - |x-4|$ Απ. $3x-1$

7. Αν $x > 0$ και $y < 0$ να απλοποιήσετε την παράσταση $\frac{|x+1|}{-x-1} - \frac{y}{|-y|}$ Απ. 0

8. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις $\frac{x^2-9}{|x|+3}$ Απ. $|x|-3$

$\frac{x^2-4}{x^2+2|x|}$ Απ. $\frac{|x|-2}{|x|}$

9. Να απλοποιήσετε την παράσταση $||x|-x| - ||x|+x+1|$ Απ. $-2x-1$

10. Να αποδείξετε ότι

$$|\alpha+1|^2 - |\alpha+2|^2 + 2\alpha = -3$$

11. Να αποδείξετε ότι

$$\left| |\alpha| - |\beta| \right|^2 + 4|\alpha\beta| = \left| |\alpha| + |\beta| \right|^2$$

12. Να αποδείξετε ότι

$$\left| \frac{\alpha}{\alpha^2+1} \right| \leq 1 \text{ για κάθε } \alpha \in \mathbb{R}$$

13. Να αποδείξετε ότι

$$\left| \alpha + \frac{1}{\alpha} \right| \geq 2 \text{ για κάθε } \alpha \in \mathbb{R}^*$$

14. Αν $|x-3| = x-3$ να δείξετε ότι

$$|x-2| + |-3x-2| = 4x$$

15. Αν $d(x,3) < 5$ δείξτε ότι

$$-5 < 2x-1 < 15$$

16. Αν $|x| \leq 1$ και $|y| \leq 2$ δείξτε ότι

$$|x+y| \leq 3$$

17. Αν $|x| \leq 1$ και $|y| \leq 3$ δείξτε ότι

$$|x-y| \leq 4$$

18. Αν $|\alpha+1| \leq 3$ και $|\beta+4| \leq 5$ δείξτε ότι

$$|\alpha+\beta+5| \leq 8$$

19. Αν $|x| \leq 1$ και $|y| \leq 2$ δείξτε ότι

$$|2x+3y| \leq 8$$

20. Αν $|x| \leq 1$ και $|y| \leq 4$ βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκονται οι παραστάσεις $x+5$, $2x-3$, $3x-4y+1$

21. Αν $|\alpha| \leq 1$, $|\beta| \leq 2$ και $|y| \leq 3$ να αποδείξετε ότι

$$|\alpha+2\beta+3y| \leq 14$$

22. Αν $|\alpha+\beta| = |\alpha| + |\beta|$ και $\alpha\beta \neq 0$ δείξτε ότι α, β είναι ομόσημοι.

23. Δείξτε ότι $|\alpha+\beta| = |\alpha-\beta| \Leftrightarrow \alpha=\beta=0$

10. Να αποδείξετε ότι

$$-|\alpha^2+5| + |\alpha+2|^2 - 4\alpha = -1$$

11. Να αποδείξετε ότι

$$\left| |\alpha| - |\beta| \right|^2 + \left| |\alpha| + |\beta| \right|^2 = 2(\alpha^2 + \beta^2)$$

12. Να αποδείξετε ότι

$$\left| \frac{\alpha^2 + \beta^2}{2\alpha\beta} \right| \geq 1 \text{ για κάθε } \alpha, \beta \in \mathbb{R}^*$$

13. Να αποδείξετε ότι

$$\left| \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} \right| \geq 2 \text{ για κάθε } \alpha, \beta \in \mathbb{R}^*$$

14. Αν $|x-1| = 1-x$ να δείξετε ότι

$$|1-x| + |2x-3| - |4-3x| = 0$$

15. Αν $d(x,-1) \leq 2$ δείξτε ότι

$$-7 \leq 4x+5 \leq 9$$

16. Αν $|x| \leq 4$ και $|y| \leq 5$ δείξτε ότι

$$|x+y| \leq 9$$

17. Αν $|x| \leq 5$ και $|y| \leq 6$ δείξτε ότι

$$|x-y| \leq 11$$

18. Αν $|x-1| \leq 2$ και $|y+3| \leq 4$ δείξτε ότι

$$|x+y+2| \leq 6$$

19. Αν $|x| \leq 1$ και $|y| \leq 3$ δείξτε ότι

$$|3x-4y| \leq 15$$

20. Αν $|x| \leq 2$ και $|y| \leq 4$ βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκονται οι παραστάσεις $4x+1$, $x-y$, $2x+3y-5$

21. Αν $|x| \leq 2$, $|y| \leq 1$ και $|z| \leq 4$ να αποδείξετε ότι

$$|2x-y+z| \leq 9$$

22. Αν $|\alpha-\beta| = |\alpha| + |\beta|$ και $\alpha\beta \neq 0$ δείξτε ότι οι α, β είναι ετερόσημοι.

23. Δείξτε ότι $|\alpha+\beta| = -|\alpha-\beta| \Leftrightarrow \alpha=\beta=0$.

- 24.**Βρείτε το μήκος των διαστημάτων
 $[3,7]$, $[-4,2]$, $[-7,-1]$, $[-6,0]$, $(-5,7)$, $(0,7)$,
 $[-1,3]$.
- 25.**Βρείτε το κέντρο των διαστημάτων
 $[4,10]$, $[-1,7]$, $[-10,-5]$, $[-9,0]$, $(-4,6)$, $(0,4)$,
 $[-2,2]$.
- 26.**Βρείτε την ακτίνα των διαστημάτων
 $[3,7]$, $[-2,4]$, $[-8,-3]$, $[-4,0]$, $(-2,5)$, $(-2,3)$,
 $[-1,2]$.
- 27.**Βρείτε το $\alpha \in \mathbb{R}$ αν γνωρίζετε ότι το μήκος του διαστήματος $[\alpha,7]$ είναι ίσο με 8.
- 28.**Βρείτε το $\alpha \in \mathbb{R}$ αν γνωρίζετε ότι το κέντρο του διαστήματος $[\alpha,8]$ είναι ίσο με 5.
- 29.**Βρείτε το $\alpha \in \mathbb{R}$ αν γνωρίζετε ότι η ακτίνα του διαστήματος $[\alpha,-5]$ είναι ίση με 4.
- 30.**Βρείτε τα άκρα α και β του διαστήματος $[\alpha,\beta]$ αν γνωρίζετε ότι το μέσο του διαστήματος είναι το 5 και η ακτίνα του διαστήματος είναι ίση με 2.
- 31.**Βρείτε τα άκρα α και β του διαστήματος $[\alpha,\beta]$ αν γνωρίζετε ότι το μήκος του διαστήματος είναι ίσο με 7 και το μέσο του διαστήματος είναι το -3.
- 32.**Αν $d(x,\alpha) < \beta$ με $\beta > 0$ δείξτε ότι $\alpha - \beta < x < \alpha + \beta$
- 33.**Αν $d(x,3) < 2$ δείξτε ότι $1 < x < 5$
- 34.**Αν $d(x,-4) < 1$ δείξτε ότι $-5 < x < -3$
- 35.**Αν $d(x,2) > 1$ δείξτε ότι $x > 3$ ή $x < 1$
- 36.**Αν $d(x,-6) > 2$ δείξτε ότι $x < -8$ ή $x > -4$
- 37.**Αν $1 < \alpha < 5$ δείξτε ότι $|\alpha - 3| < 2$
- 38.**Αν $-4 < \alpha < 2$ δείξτε ότι $|\alpha + 1| < 3$
- 39.**Αν $-10 < \alpha < -2$ δείξτε ότι $d(\alpha, -6) < 4$
- 40.**Αν $\alpha > 6$ ή $\alpha < 2$ δείξτε ότι $|\alpha - 4| > 2$
- 41.**Βρείτε τα x, y αν γνωρίζετε ότι $d(x, -6) + d(y, 4) = 0$.
- 42.**Δείξτε ότι για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει $d(x, 2) + d(x, 3) > 0$.
- 43.**Αν $x > 2$ δείξτε ότι $d(x, 2) - d(x, -1) = -3$
- 44.**Αν $1 < x < 3$ δείξτε ότι $d(x, 3) - d(x, -1) + d(x, 1) = -x + 1$
- 44.**Αν $\alpha < 1 < \beta$ δείξτε ότι $d(\alpha, 3) - d(\beta, \alpha) + d(\beta, 1) = 2$
- 24.**Βρείτε το μήκος των διαστημάτων
 $[1,15]$, $[-8,4]$, $[-6,-4]$, $[-9,0]$, $(-6,-4)$, $(-10,5)$,
 $[-9,8]$
- 25.**Βρείτε το κέντρο των διαστημάτων
 $[4,10]$, $[-1,7]$, $[-10,-5]$, $[-9,0]$, $(-4,6)$, $(0,4)$,
 $[-2,2]$.
- 26.**Βρείτε την ακτίνα των διαστημάτων
 $[10,22]$, $[-1,7]$, $[-6,-2]$, $[-1,0]$, $(-7,2)$, $(-15,5)$,
 $[-3,5]$.
- 27.**Βρείτε το $x \in \mathbb{R}$ αν γνωρίζετε ότι το μήκος του διαστήματος $[-5,x]$ είναι ίσο με 4.
- 28.**Βρείτε το $x \in \mathbb{R}$ αν γνωρίζετε ότι το κέντρο του διαστήματος $[-4,x]$ είναι ίσο με 2.
- 29.**Βρείτε το $x \in \mathbb{R}$ αν γνωρίζετε ότι η ακτίνα του διαστήματος $[-4,x]$ είναι ίση με 7.
- 30.**Βρείτε τα άκρα α και β του διαστήματος $[\alpha,\beta]$ αν γνωρίζετε ότι το μέσο του διαστήματος είναι το -4 και η ακτίνα του διαστήματος είναι ίση με 5.
- 31.**Βρείτε τα άκρα α και β του διαστήματος $[\alpha,\beta]$ αν γνωρίζετε ότι το μήκος του διαστήματος είναι ίσο με 8 και το μέσο του διαστήματος είναι το 5.
- 32.**Αν $d(x,\alpha) > \beta$ με $\beta > 0$ δείξτε ότι $x > \alpha + \beta$ ή $x < \alpha - \beta$.
- 33.**Αν $d(x,2) < 5$ δείξτε ότι $-3 < x < 7$
- 34.**Αν $d(x,-2) < 5$ δείξτε ότι $-7 < x < 3$
- 35.**Αν $d(x,4) > 5$ δείξτε ότι $x < -1$ ή $x > 9$
- 36.**Αν $d(x,-3) > 1$ δείξτε ότι $x < -4$ ή $x > -2$
- 37.**Αν $4 < \alpha < 10$ δείξτε ότι $|\alpha - 7| < 3$
- 38.**Αν $-7 < \alpha < 3$ δείξτε ότι $|\alpha + 2| < 5$
- 39.**Αν $-9 < \alpha < 3$ δείξτε ότι $d(\alpha, -3) < 6$
- 40.**Αν $\alpha > 7$ ή $\alpha < -1$ δείξτε ότι $|\alpha - 3| > 4$
- 41.**Βρείτε τα x, y αν γνωρίζετε ότι $d(x, 2) + d(y, 3) = 0$.
- 41.**Δείξτε ότι για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει $d(x, -1) + d(x, 4) > 0$.
- 42.**Αν $x > -1$ δείξτε ότι $d(x, -2) - d(x, -1) = 1$
- 43.**Αν $-2 < x < 1$ δείξτε ότι $d(x, -2) - d(x, 1) - d(x, -3) = x - 2$
- 44.**Αν $\alpha < 3 < \beta$ δείξτε ότι $d(\alpha, 4) - d(\beta, \alpha) + d(\beta, 2) = 2$