

ΘΕΜΑΤΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΑΠΟ ΤΗΝ ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 2

ΘΕΜΑ 1^ο

Η γραφική παράσταση μιας γνησίως μονότονης συνάρτησης $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ διέρχεται από τα σημεία $A(5,2)$ και $B(4,9)$.

α) Να προσδιορίσετε το είδος της μονοτονίας της f αιτιολογώντας την απάντησή σας.

(Μονάδες 12)

β) Να λύσετε την ανίσωση $f(5-3x) < 2$.

(Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2^ο

Έστω γνησίως μονότονη συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, η γραφική παράσταση της οποίας διέρχεται από τα σημεία $A(2,3)$ και $B(4,5)$.

α) Να προσδιορίσετε το είδος της μονοτονίας της f .

(Μονάδες 13)

β) Αν η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα $x'x$ στο -2 , να δείξετε ότι $f(0) > 0$.

(Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$, με $x \in \mathbb{R}$.

α) Να δείξετε ότι η $f(x) \leq 1$.

(Μονάδες 8)

β) Είναι το 1 η μέγιστη τιμή της συνάρτησης; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 8)

γ) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση είναι άρτια ή περιττή.

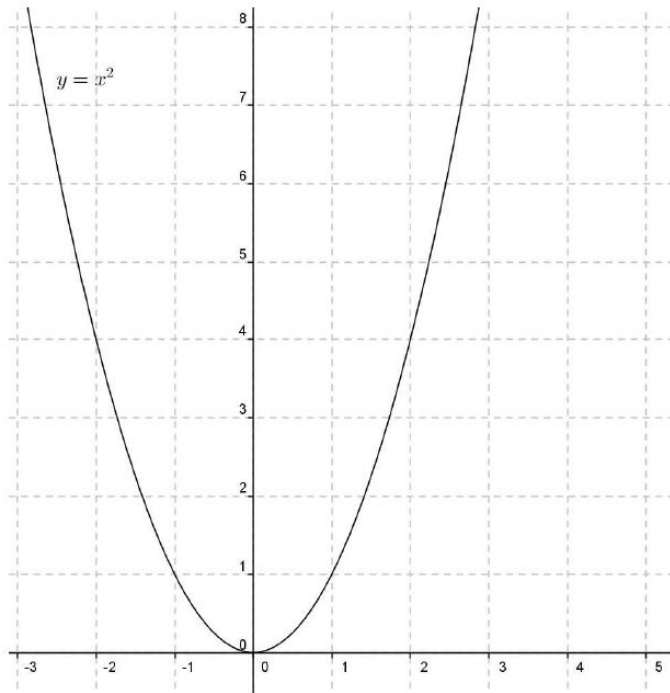
(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 4x + 5$, $x \in \mathbb{R}$

α) Να αποδείξετε ότι η f γράφεται στη μορφή $f(x) = (x - 2)^2 + 1$. (Μονάδες 12)

β) Στο σύστημα συντεταγμένων που ακολουθεί, να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f , μετατοπίζοντας κατάλληλα την $y = x^2$. (Μονάδες 13)



(Μονάδες 13)

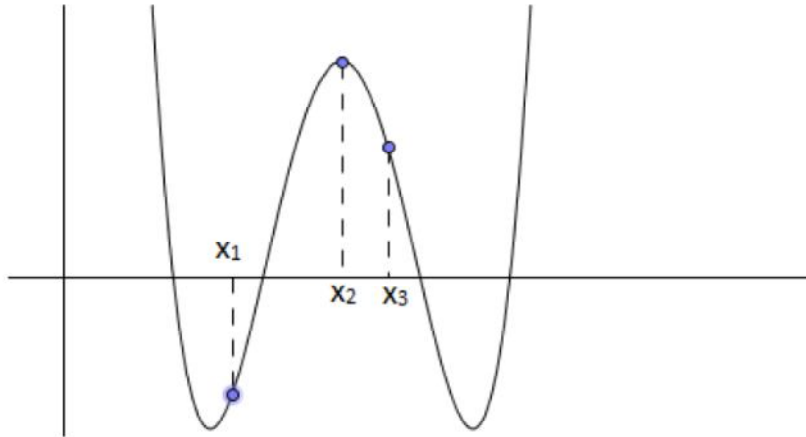
ΘΕΜΑ 5^ο

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση C_f μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} . Να απαντήσετε τα παρακάτω ερωτήματα:

α) Να διατάξετε από το μικρότερο στο μεγαλύτερο τους αριθμούς $f(x_1)$, $f(x_2)$ και $f(x_3)$. (Μονάδες 10)

β) Είναι η συνάρτηση f γνησίως μονότονη στο \mathbb{R} ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 10)

γ) Παρουσιάζει η f μέγιστο στο σημείο x_2 ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 5)



ΘΕΜΑ 6^ο

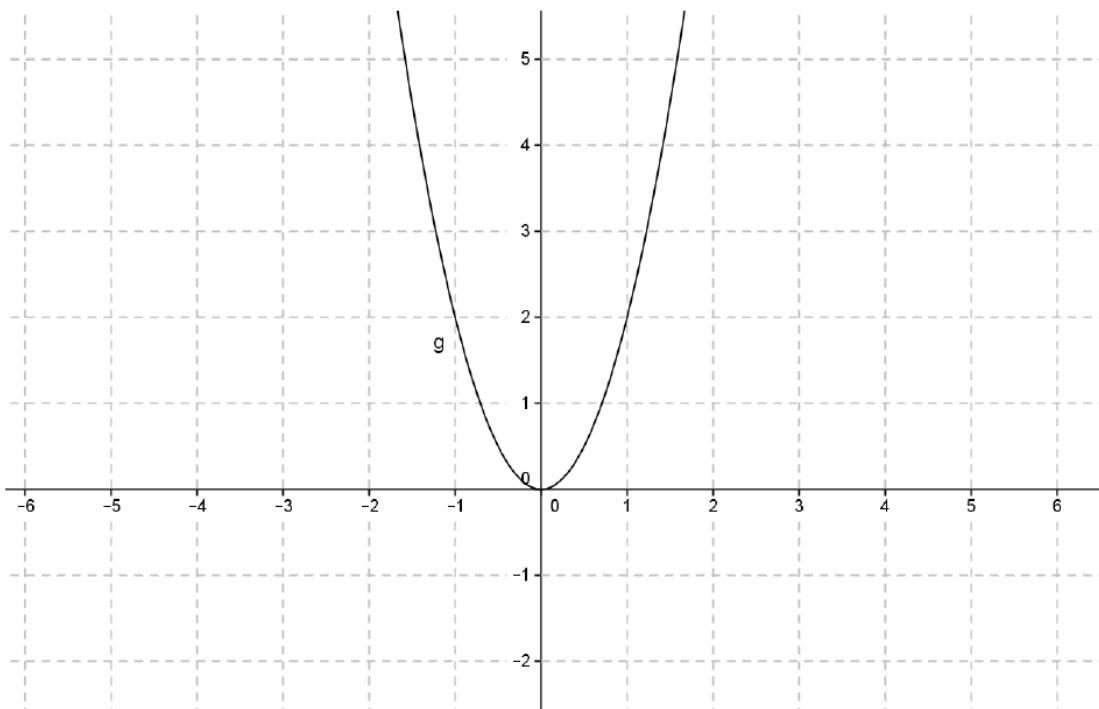
Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2x^2 - 12x + 19$.

α) Να δείξετε ότι η συνάρτηση f γράφεται στη μορφή: $f(x) = 2(x - 3)^2 + 1$.

(Μονάδες 10)

β) Παρακάτω δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = 2x^2$. Στο ίδιο σύστημα αξόνων, να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f και να εξηγήσετε πώς αυτή προκύπτει μετατοπίζοντας κατάλληλα τη γραφική παράσταση της g .

(Μονάδες 15)



ΘΕΜΑ 7^ο

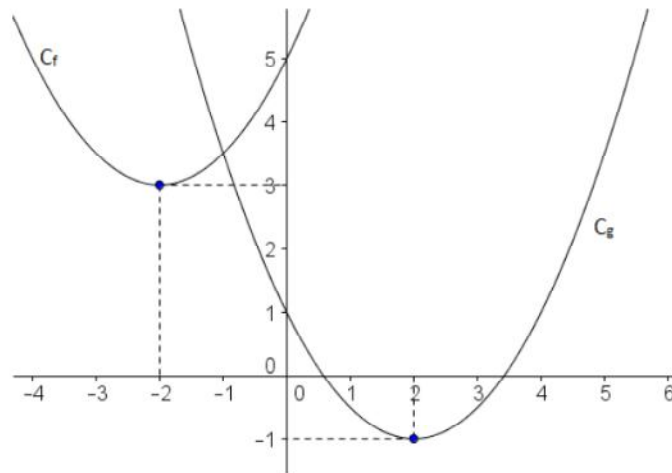
Στο παρακάτω σχήμα δίνονται οι παραβολές C_f και C_g που είναι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και g αντίστοιχα με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} . Η γραφική παράσταση της g προκύπτει από τη γραφική παράσταση της f με οριζόντια και κατακόρυφη μετατόπιση. Παρατηρώντας το σχήμα:

α) Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας, το είδος του ακρότατου της f και την τιμή του.

(Μονάδες 10)

β) Να βρείτε μέσω ποιων μετατοπίσεων της C_f προκύπτει η C_g .

(Μονάδες 15)



ΘΕΜΑΤΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΑΠΟ ΤΗΝ ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 4

ΘΕΜΑ 1^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{8-x} - \sqrt{8+x}$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f . (Μονάδες 5)

β) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση f είναι άρτια ή περιττή. (Μονάδες 8)

γ) Αν η συνάρτησης f είναι γνησίως φθίνουσα στο πεδίο ορισμού της, να επιλέξετε ποια από τις παρακάτω τρεις προτεινόμενες, είναι η γραφική της παράσταση και στη συνέχεια να υπολογίσετε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της.



(Μονάδες 7)

δ) Να αιτιολογήσετε γραφικά ή αλγεβρικά, γιατί οι συναρτήσεις $g(x) = f(x) - 3$ και $h(x) = f(x+3)$ δεν είναι ούτε άρτιες ούτε περιττές.

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \frac{1}{2}(x-c)^2 - d, \quad x \in \mathbb{R}$

με c, d θετικές σταθερές, η γραφική παράσταση της οποίας διέρχεται από τα σημεία $A(0, 16)$ και $B(4, 0)$.

α) Με βάση τα δεδομένα, να κατασκευάσετε ένα σύστημα δύο εξισώσεων με αγνώστους τους c, d και να υπολογίσετε την τιμή τους. (Μονάδες 10)

β) Θεωρώντας γνωστό ότι $c = 6$ και $d = 2$,

i. να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με τους άξονες. (Μονάδες 3)

ii. να μεταφέρετε στην κόλα σας το σύστημα συντεταγμένων που ακολουθεί, να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f και να εξηγήσετε πώς αυτή

σχετίζεται με τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = \frac{1}{2}x^2$ (Μονάδες 6)

iii. με βάση την παραπάνω γραφική παράσταση, να βρείτε το ακρότατο της συνάρτησης f , τα διαστήματα στα οποία η f είναι μονότονη, καθώς και το είδος της μονοτονίας της σε καθένα από αυτά τα διαστήματα. (Μονάδες 6)

