

ΘΕΜΑΤΑ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ 9 Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΑΠΟ ΤΗΝ ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 2

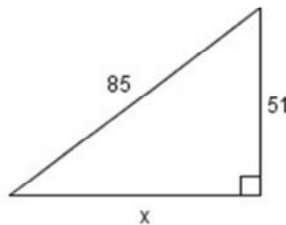
ΘΕΜΑ 1^ο

α) Ποιες από τις παρακάτω τριάδες θετικών αριθμών μπορούν να θεωρηθούν μήκη πλευρών ορθογωνίου τριγώνου; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

- i. 3, 4, 5
- ii. $3\lambda, 4\lambda, 5\lambda$ ($\lambda > 0$)
- iii. 4, 5, 6

(Μονάδες 18)

β) Στο παρακάτω ορθογώνιο τρίγωνο να αποδείξετε ότι, το μήκος x είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του 4.



(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $A\Gamma = 4$ και ύψος $AD = \frac{12}{5}$.

α) Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος $D\Gamma$.

(Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι $DB = \frac{9}{5}$.

(Μονάδες 10)

γ) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 3^ο

Τα μήκη των πλευρών τριγώνου $AB\Gamma$ είναι $\alpha=8$, $\beta=6$ και $\gamma=5$.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι αμβλυγώνιο.

(Μονάδες 11)

β) Να υπολογίσετε τις προβολές της πλευράς AB στις πλευρές $A\Gamma$ και $B\Gamma$.

(Μονάδες 14)

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB//\Gamma\Delta$) και BE το ύψος του. Αν είναι $AB=3$, $\Gamma\Delta=7$ και $B\Gamma=4$ τότε,

α) να αποδείξετε ότι $BE = 2\sqrt{3}$.

(Μονάδες 13)

β) να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

(Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 5^ο

Οι διαγώνιοι του τραπέζιου $AB\Gamma\Delta$ ($AB//\Gamma\Delta$) με $\Gamma\Delta > AB$ τέμνονται στο O . Η παράλληλη από το B προς την $A\Delta$ τέμνει την $A\Gamma$ στο M .

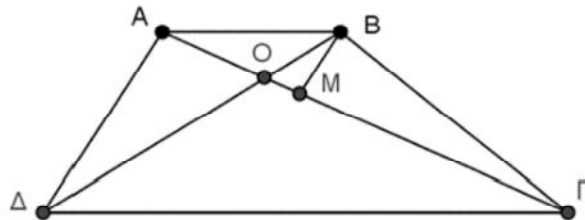
Αν $OA=12$, $OB=9$ και $OG=36$, να αποδείξετε ότι:

α) $OD = 27$

(Μονάδες 12)

β) $OM = 4$

(Μονάδες 13)



ΘΕΜΑ 6^ο

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με ύψος $A\Delta$ και $A\Gamma = 8$, $\Delta\Gamma = \frac{32}{5}$. Να υπολογίσετε τα

μήκη των παρακάτω τμημάτων:

α) $B\Gamma$

(Μονάδες 9)

β) AB

(Μονάδες 8)

γ) $A\Delta$

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 7^ο

Δίνεται τρίγωνο ABΓ με πλευρές $AB=6$, $BΓ=9$ και $\hat{B}=60^\circ$.

α) Να αποδείξετε ότι $AΓ=3\sqrt{7}$.

(Μονάδες 8)

β) Να βρείτε το είδος του τριγώνου ABΓ ως προς τις γωνίες του.

(Μονάδες 8)

γ) Να υπολογίσετε την προβολή της AB πάνω στη BΓ.

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 8^ο

Δίνεται τρίγωνο ABΓ με πλευρές $\alpha=7$, $\beta=4$ και $\mu_\beta=\sqrt{33}$.

α) Να αποδείξετε ότι $\gamma=5$.

(Μονάδες 13)

β) Να βρείτε το είδος του τριγώνου ABΓ ως προς τις γωνίες του.

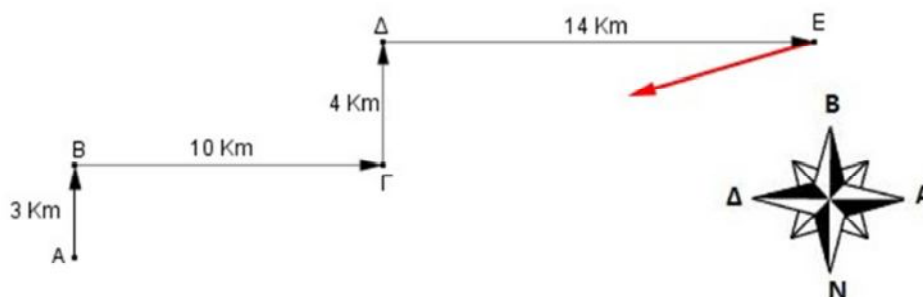
(Μονάδες 12)

ΘΕΜΑΤΑ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ 9 Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΑΠΟ ΤΗΝ ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 4

ΘΕΜΑ 1^ο

Ένα κινητό ξεκινάει από ένα σημείο A και κινείται βόρεια 3 χιλιόμετρα, κατόπιν συνεχίζει 10 χιλιόμετρα ανατολικά, στη συνέχεια προχωράει 4 χιλιόμετρα βόρεια και τέλος 14 χιλιόμετρα ανατολικά καταλήγοντας στο σημείο E.



α) Αν από το σημείο E επιστρέψει στο σημείο A από το οποίο ξεκίνησε, κινούμενο ευθύγραμμα, να βρείτε την απόσταση AE που θα διανύσει.

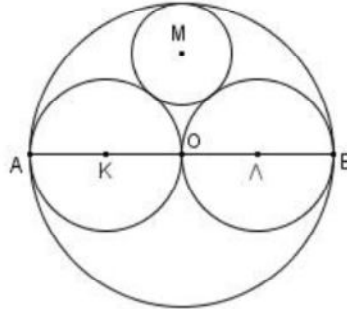
(Μονάδες 12)

β) Τα σημεία A, Γ και E είναι συνευθειακά; Να αιτιολογήσετε πλήρως την απάντησή σας.

(Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται κύκλος (O,R) και μία διάμετρος του AB . Με διαμέτρους τα τμήματα OA και OB γράφουμε τους κύκλους κέντρων K και Λ αντίστοιχα. Ένας τέταρτος κύκλος κέντρου M και ακτίνας ρ εφάπτεται εξωτερικά των κύκλων κέντρων K και Λ και εσωτερικά του κύκλου κέντρου O .



α) Να εκφράσετε τις διακέντρους KM , ΛM και OM των αντιστοιχων κύκλων ως συνάρτηση των ακτίνων τους, δικαιολογώντας την απάντησή σας.

(Μονάδες 12)

β) Να αποδείξετε ότι $\rho = \frac{R}{3}$.

(Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ εγγεγραμμένο σε κύκλο (O,R) τέτοιο ώστε να ισχύει $2\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$. Αν η προέκταση της διαμέσου του AM τέμνει τον κύκλο στο σημείο P , να αποδείξετε ότι :

α) $\mu_\alpha = \frac{\alpha\sqrt{3}}{2}$

(Μονάδες 8)

β) $MP = \frac{\alpha\sqrt{3}}{6}$

(Μονάδες 8)

γ) $(AB\Gamma) = 6(MP\Gamma)$

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 4^ο

Κυρτό τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο. Οι διαγώνιοί του ΑΓ και ΒΔ τέμνονται στο σημείο Μ, το οποίο είναι το μέσο της διαγωνίου ΒΔ.

Να αποδείξετε ότι:

α) $\Delta B^2 = 4MA \cdot M\Gamma$

(Μονάδες 7)

β) $AB^2 + A\Delta^2 = 2AM \cdot A\Gamma$

(Μονάδες 9)

γ) $AB^2 + B\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2 + A\Delta^2 = 2A\Gamma^2$

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 5^ο

Θεωρούμε τρίγωνο ΑΒΓ με διάμεσο $AM = \frac{\alpha\sqrt{5}}{2}$. Αν τα ύψη του ΑΔ και ΒΕ τέμνονται στο σημείο

Η, να αποδείξετε ότι:

α) $AH \cdot A\Delta = A\Gamma \cdot A\epsilon$

(Μονάδες 8)

β) Η γωνία Α του τριγώνου ΑΒΓ είναι οξεία.

(Μονάδες 9)

γ) $AH \cdot A\Delta = \alpha^2$

(Μονάδες 8)