ΘΕΜΑΤΑ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ 7 Β΄ΛΥΚΕΙΟΥ ΑΠΟ ΤΗΝ ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 2

ΘΕΜΑ 1ο

Θεωρούμε τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ=9 και ΑΓ=15. Από το βαρύκεντρο Θ του τριγώνου, φέρουμε ευθεία ε παράλληλη στην πλευρά ΒΓ, που τέμνει τις ΑΒ και ΑΓ στα σημεία Δ και Ε αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι $\frac{ΑΔ}{ΑΒ} = \frac{2}{3}$ και $\frac{ΑΕ}{ΕΓ} = 2$

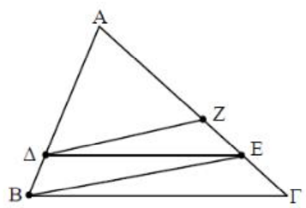
(Μονάδες 15)

β) Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων ΑΔ και ΓΕ.

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2ο

Στο τρίγωνο ΑΒΓ του παρακάτω σχήματος, το τμήμα ΔΕ είναι παράλληλο στην πλευρά ΒΓ του τριγώνου. Από το σημείο Δ φέρουμε την παράλληλη προς τη ΒΕ η οποία τέμνει την ΑΓ στο σημείο Ζ. Να αποδείξετε ότι:



α) $\frac{ΑΕ}{ΑΔ} = \frac{ΑΓ}{ΑΒ}$

(Μονάδες 10)

Β $\frac{ΑΖ}{ΑΔ} = \frac{ΑΕ}{ΑΒ}$

(Μονάδες 10)

γ) $\frac{ΑΕ}{ΑΓ} = \frac{ΑΖ}{ΑΕ}$

(Μονάδες 5)

<u>ΘΕΜΑ 3ο</u>

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και τυχαίο σημείο Δ στην πλευρά ΒΓ. Φέρνουμε από το σημείο Δ παράλληλες στις πλευρές ΑΓ και ΑΒ που τέμνουν αντίστοιχα τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ στα σημεία Ε και Ζ.

Να αποδείξετε ότι:

α) $\frac{ΔΕ}{ΑΓ}=\frac{ΒΔ}{ΒΓ}$

(Μονάδες 10)

β) $\frac{ΖΔ}{ΑΒ}=\frac{ΔΓ}{ΒΓ}$

(Μονάδες 10)

γ) $\frac{ΔΕ}{ΑΓ}+\frac{ΖΔ}{ΑΒ}=1$

(Μονάδες 5)

<u>ΘΕΜΑ 4ο</u>

Στο κυρτό τετράπλευρο ΑΒΓΔ του παρακάτω σχήματος, η διχοτόμος της γωνίας Α είναι παράλληλη στην πλευρά ΒΓ και τέμνει τη ΔΒ στο Ε και τη ΔΓ στο Ζ.

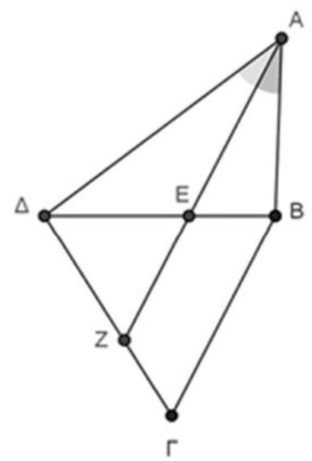
Αν ΑΔ = 12, ΑΒ = 8, ΔΕ= 9 και ΖΓ = 6, να αποδείξετε ότι:

α) ΕΒ = 6

(Μονάδες 13)

β) ΔΖ =9

(Μονάδες 12)



ΘΕΜΑ 5ο

Σε τρίγωνο ΑΒΓ η διχοτόμος της γωνίας $\hat{A}$ τέμνει την πλευρά ΒΓ σε σημείο Δ, τέτοιο ώστε $\frac{ΒΔ}{ΔΓ}=\frac{3}{4}$.

α) Να αποδείξετε ότι $ΑΒ=\frac{3}{4}ΑΓ$.

(Μονάδες 12)

β) Αν επιπλέον ισχύει ότι $ΒΓ=\frac{5}{4}ΑΓ$, να εξετάσετε αν το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 6ο

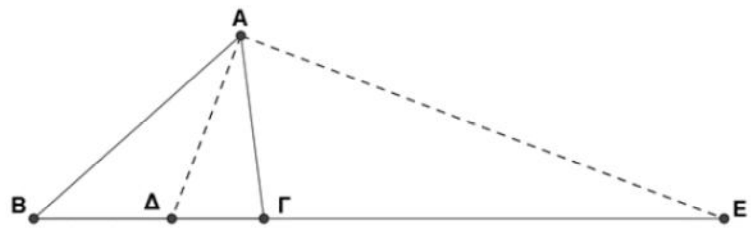
Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ>ΑΓ) και ΑΔ, ΑΕ η εσωτερική και η εξωτερική διχοτόμος του αντίστοιχα. Αν είναι ΑΒ=6, ΔΒ=3, ΒΓ=5 και ΒΕ=15, να αποδείξετε ότι:

α) ΑΓ = 4

(Μονάδες 12)

β) ΔΕ = 12

(Μονάδες 13)



ΘΕΜΑΤΑ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ 7 Β΄ΛΥΚΕΙΟΥ ΑΠΟ ΤΗΝ ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 4

ΘΕΜΑ 1^{o}

Στην πλευρά ΑΒ παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ θεωρούμε σημείο Ε τέτοιο, ώστε $BE=\frac{1}{3}AB$ και στην πλευρά ΔΓ θεωρούμε σημείο Ζ τέτοιο, ώστε $ΔZ=\frac{1}{3}ΔΓ$. Αν η διαγώνιος ΑΓ τέμνει τις ΔΕ και ΒΖ στα σημεία Μ και Ν αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

α) ΑΜ=ΓΝ=2ΜΝ

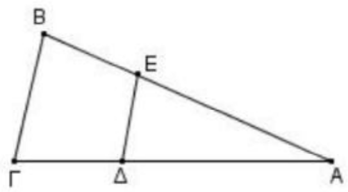
(Μονάδες 13)

β) $MN=\frac{1}{5}AΓ$

(Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2^{o}

Στο παρακάτω σκαληνό τρίγωνο ΑΒΓ θεωρούμε τα σημεία Δ και Ε στις πλευρές ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα, έτσι ώστε να ισχύουν: $AE=\frac{2}{3}AΓ$ και $AΔ=\frac{2}{3}AB$.



α) Να αποδείξετε ότι $A\hat{E}Δ=A\hat{Γ}B$.

(Μονάδες 9)

β) Να εξετάσετε αν ισχύει $\frac{AE}{AΓ}=\frac{EΔ}{BΓ}$.

(Μονάδες 8)

γ) Να εξετάσετε αν το τμήμα ΒΓ είναι παράλληλο στο τμήμα ΔΕ.

(Μονάδες 8)

Να αιτιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και τα σημεία Δ και Ε των πλευρών του ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα, ώστε $\frac{ΑΔ}{ΑΒ} = \frac{ΑΕ}{ΑΓ} = \frac{1}{3}$. Από το σημείο Α φέρνουμε ευθεία (ε) παράλληλη στη ΒΓ. Η ευθεία (ε) τέμνει τις προεκτάσεις των ΒΕ και ΓΔ στα σημεία Ζ, Η αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α) ΔΕ//ΓΒ

(Μονάδες 5)

β) $ΖΕ = \frac{1}{2} ΕΒ$.

(Μονάδες 7)

γ) $ΑΖ = \frac{1}{2} ΒΓ$.

(Μονάδες 7)

δ) (ΒΗΖ) =2 (ΑΒΖ)

(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και σημεία Μ, Λ και Ζ πάνω στις πλευρές ΑΒ, ΑΓ και ΒΓ αντίστοιχα τέτοια, ώστε $ΑΜ = \frac{1}{2}ΑΒ$, $ΑΛ = \frac{2}{3}ΑΓ$ και $ΒΖ = \frac{1}{3}ΒΓ$.

α) Να αποδείξετε ότι $(ΑΜΛ) = \frac{1}{3}(ΑΒΓ)$.

(Μονάδες 7)

β) Να αποδείξετε ότι $\frac{(ΜΖΛ)}{(ΑΒΓ)} = \frac{5}{18}$.

(Μονάδες 12)

γ) Να υπολογίσετε το λόγο των εμβαδών $\frac{(ΑΜΖΛ)}{(ΑΒΓ)}$.

(Μονάδες 6)

<u>ΘΕΜΑ 5ο</u>

Δίνονται δύο κύκλοι (Ο, α) και (Κ, β) με α>β , οι οποίοι εφάπτονται εξωτερικά στο Μ. Φέρνουμε το κοινό εφαπτόμενο τμήμα ΑΒ με Α ,Β σημεία των κύκλων (Ο, α) και (Κ, β) αντίστοιχα. Από το Μ Θεωρούμε την κάθετη στο ΑΒ, η οποία τέμνει τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΚ και ΑΒ στα σημεία Λ και Ν αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α) ΜΛ = $\frac{\alpha\beta}{\alpha+\beta}$

(Μονάδες 8)

β) ΛΝ = $\frac{\alpha\beta}{\alpha+\beta}$

(Μονάδες 8)

γ) Αν E_1 και E_2 είναι τα εμβαδά των κύκλων (Ο, α) και (Κ, β) αντίστοιχα, τότε

$$\frac{E_1}{E_2} = \left(\frac{(ΑΛΝ)}{(ΚΜΛ)}\right)^2.$$

(Μονάδες 9)