



# X<sub>ατζόπουλος</sub> M<sub>(KH)</sub>A<sub>S</sub>

\* X-mas έτσι λέγονται παγκοσμίως τα Χριστούγεννα. Το γράμμα «X» αντιπροσωπεύει το όνομα του Χριστού μαζί με την κατάληξη «mas» από την Αγγλική λέξη Christmas

Ιδιότητες του αριθμού **2024**

Properties of the number **2024**

Επιμέλεια: Μάκης Χατζόπουλος + Γιώργος Χασάπης κ.α.

Ευτυχισμένο  
το **νέο** έ4ος!

Αποκλειστικά στο <http://lisari.blogspot.com>

1<sup>η</sup> έκδοση 30.12.23



Αποκλειστικά στο <http://lisari.blogspot.com>

## Πρόλογος

*Αισίως θα ασχοληθούμε με τον αριθμό **2024**! Το blog και οι αντοχές μας έχουν μετρήσει πάνω δεκατρία χρόνια συνεχής παρουσίας στο διαδίκτυο και αυτό από μόνο του μας ωθεί να ανακαλύψουμε νέα μονοπάτια!*

*Μια ανάρτηση που με κεντρίζει με αποτέλεσμα κάθε χρόνο να προσθέτω και κάτι διαφορετικό. Είναι μια συνήθεια που έχει ξεκινήσει εντατικά το 2014 και συνεχίζεται μέχρι και σήμερα!*

*Αρχικά θα δούμε τις ιδιότητες και πώς μπορούμε να εισάγουμε τον αριθμό 2024 στις ασκήσεις μας και ενδιαφέρουσες προτάσεις με τον αριθμό 2024.*

**Μια συνήθεια που έγινε θεσμός!**

## Επιμέλεια αρχείου

**Μάκης Χατζόπουλος** και **Γιώργος Χασάπης**

συγκεκριμένα ο Γιώργος πρόσφερε αρκετές ιδιότητες του αριθμού 2024 όπως θα δείτε και παρακάτω που δεν κυκλοφορούν στο διαδίκτυο.

Δείτε τις **ιδιότητες** των προηγούμενων ετών:

**[2023](#), [2022](#), [2021](#), [2020](#), [2019](#), [2018](#),  
[2017](#), [2016](#), [2015](#), [2014](#)**

Αποκλειστικά στο <http://lisari.blogspot.com>

## ∞ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ 2024 ∞

1. Άρτιος και σύνθετος αριθμός. Ο επόμενος πρώτος αριθμός είναι ο 2027.
2. Δημιουργείται από τρία μόνο ψηφία, το 0, 2 και 4.
3. Έχει 16 διαιρέτες! Είναι 1,2,4,8,11,22,23,44,46,88,92,184,253,506,1012,2024 . Το 2024 γράφεται ως γινόμενο πρώτων παραγόντων ως εξής  $2024 = 2^3 \cdot 11 \cdot 23$ .
4. Το έτος 2024 είναι **δίσεκτο**, δηλαδή έχει 366 ημέρες. Αν το έτος 2023 τα Χριστούγεννα και η Πρωτοχρονιά ήταν την ημέρα Δευτέρα, το έτος 2024 θα είναι δύο μέρες μετά, δηλαδή την ημέρα Τετάρτη.
5. Το άθροισμα των διαιρετών του ισούται με 4.320 ενώ των γνήσιων διαιρετών του με 2.296.
6.  $2024_2 = 1111101000_2 = 1 \cdot 2^{10} + 1 \cdot 2^9 + 1 \cdot 2^8 + 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$
7.  $2024^2 = 4.096.576$  άρα  $\sqrt{4.096.576} = 2024$
8.  $2024^3 = 8.291.469.824$  άρα  $\sqrt[3]{8.291.469.824} = 2024$
9.  $\sqrt{2024} = 2\sqrt{506} = 44,9888875 \approx 45$
10.  $\ln 2024 = 3 \ln 2 + \ln 11 + \ln 23 = 7,612831$
11.  $\log 2024 = 3 \log 2 + \log 11 + \log 23 = 3,30621$
12. Η γωνία  $2024^0$  γράφεται  $2024^0 = 5 \cdot 360^0 + 224^0$  άρα βρίσκεται στο τρίτο τεταρτημόριο, ενώ η γωνία  $2024 \text{ rad}$  βρίσκεται στο πρώτο τεταρτημόριο (!), διότι
$$\underbrace{322 \cdot 2\pi}_{2023,185} < 2024 < \underbrace{322 \cdot 2\pi + \frac{\pi}{2}}_{2024,75}$$
13. Επίσης,  $\eta\mu 2024^0 = -0,69465$  ,  $\sigma\upsilon\nu 2023^0 = -0,7193398$  .
14. 2024 στα Αγγλικά: *two thousand twenty-four*  
2024 στα Γαλλικά: *deux mille vingt-quatre*  
2024 στα Ισπανικά: *dos mil veinticuatro*  
2024 στα Πορτογαλικά: *dois mil e vinte e quatro*  
2024 στα Γερμανικά: *zweitausendvierundzwanzig*  
2024 στα Ιταλικά: *duemilaventiquattro*
15.  $2 + 0 + 2 + 4 = 8$  άρα ο πυθμενικός αριθμός είναι το 8.
16.  $2024 = \text{MMXXIV}$  (σε Ρωμαϊκή αρίθμηση)

17.  $2024 = (2+0+2+4) \cdot 253 = (2+0+2+4) \cdot 11 \cdot 23$  που μας δείχνει ότι ο 2024 είναι 10-harshad αριθμός αφού στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης διαιρείται από το άθροισμα των ψηφίων του.
18. Ο 2024 είναι ίσος με το άθροισμα των πρώτων 22 τριγωνικών αριθμών.

$$2024 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2} + \frac{2 \cdot (2+1)}{2} + \dots + \frac{22 \cdot (22+1)}{2} = T_1 + T_2 + \dots + T_{22}$$

**Σημείωση:** Ο  $n$  στος τριγωνικός αριθμός είναι  $T(n) = \frac{n(n+1)}{2}$ .

19. Ο 2024 είναι ο 22ος τετραεδρικός αριθμός.

**Σημείωση:** Ο  $n$  ος τετραεδρικός αριθμός είναι το άθροισμα  $T(1) + \dots + T(n)$  όπου  $T(n)$  είναι ο  $n$  ος τριγωνικός αριθμός. Επειδή μπορούμε να βρούμε το άθροισμα ως συνάρτηση του  $n$ , ο  $n$  ος τετραεδρικός αριθμός δίνεται από τον τύπο  $\frac{n(n+1)(n+2)}{6} = \binom{n+2}{3}$ .

**Εποπτεία:** Αν κατασκευάσουμε μια τριγωνική πυραμίδα της οποίας η ακμή αποτελείται από 22 σφαίρες, τότε όλες οι σφαίρες στην πυραμίδα είναι 2024.

20.  $2024 = \binom{24}{3}$  άρα το 2024 είναι ένας διωνυμικός συντελεστής.

21. Το 2024 είναι [αριθμός Cunningham](#), γιατί ισούται με  $45^2 - 1$ .
22. Μαζί με τον αριθμό 2295 αποτελούν αρραβωνιασμένοι αριθμοί ([betrothed pair](#)) δηλαδή το άθροισμα των γνήσιων διαιρετών τους είναι μεγαλύτερο από την τιμή του άλλου αριθμού.
23. Το 2024 είναι ένας **pseudoperfect number** διότι είναι το άθροισμα ενός υποσυνόλου των κατάλληλων διαιρετών του. Επίσης, το 2024 είναι ένας **odious number** (απεχθής αριθμός), επειδή το άθροισμα των δυαδικών ψηφίων του είναι περιττό.
24. Το 2024 είναι ένας **abundant number** (άφθονος αριθμός), αφού είναι μικρότερος από το άθροισμα των κατάλληλων διαιρετών του (2296). Το 2024 είναι ένας **wasteful number** (σπάταλος αριθμός), καθώς χρησιμοποιεί λιγότερα ψηφία από την παραγοντοποίησή του.

**EXTRA ΙΔΙΟΤΗΤΑ:** Ο αριθμός  $2^{2024}$  είναι ένας [αποκαλυπτικός αριθμός](#), δηλαδή περιέχει στο σύνολο των ψηφίων του τον αριθμό «666».

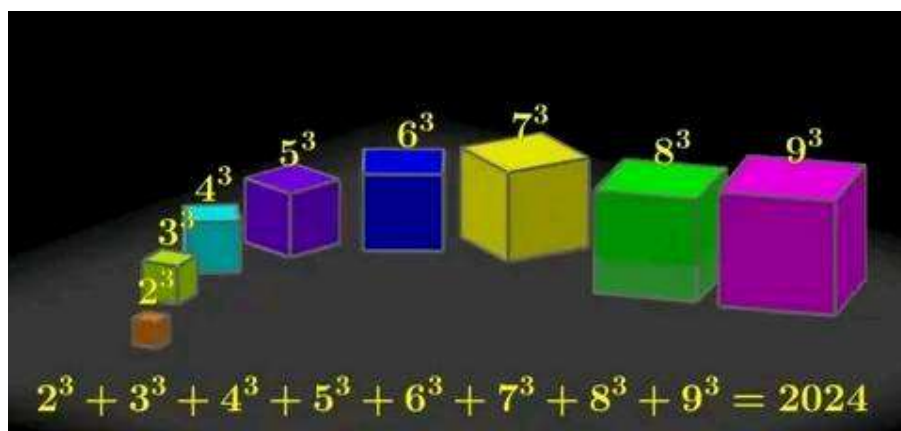
**Αποκλειστικά στο <http://lisari.blogspot.com>**

## ∞ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΓΙΑ ΑΝΑΡΤΗΣΗ 2024 ∞

1) Σύμφωνα με το θεώρημα Gauss–Wantzel το κανονικό πολύγωνο με 2024 κορυφές ΔΕΝ κατασκευάζεται με κανόνα και με διαβήτη. Το θεώρημα αυτό, το οποίο απέδειξε ο Gauss σε μικρή ηλικία, λέει ότι:

*Ένα κανονικό  $n$  γωνο είναι κατασκευάσιμο με κανόνα και διαβήτη αν και μόνο αν ο αριθμός  $n$  γράφεται ως μια μη αρνητική δύναμη του 2 επί ένα γινόμενο διακεκριμένων πρώτων του Fermat.* Το κανονικό πολύγωνο με 2040 κορυφές θα κατασκευάζεται με κανόνα και με διαβήτη.

2) Άθροισμα κύβων:  $2^3 + 3^3 + \dots + 9^3 = 2024$



Πηγή: Chidex Online Math Class (ομάδα Facebook)

3) Παράσταση του αριθμού 2024 μόνο με τον αριθμό 1:

$$\underbrace{1111 \cdot (1+1) - 111 \cdot (1+1)}_{2000} + \underbrace{(11+1)(1+1)}_{24}$$

4) Παράσταση του αριθμού 2024 μόνο με τον αριθμό 2:

$$\underbrace{2^{22:2}}_{2048} - \underbrace{2^{2+2:2} (2+2:2)}_{24} \quad \text{ή} \quad \underbrace{2^{22:2}}_{2048} - 2^{2+2:2} + 2 \cdot 2^2 \quad \text{ή} \quad \underbrace{2^{22:2}}_{2048} - 2(2+2)^2 + 2 \cdot 2 \cdot 2$$

5) Παράσταση του αριθμού 2024 μόνο με τον αριθμό 3:

$$\underbrace{(3-3:3)(33 \cdot 33 - 3^{3:3+3})}_{2016} + \underbrace{3^{3-3:3} - 3:3}_8$$

6) Παράσταση του αριθμού 2024 μόνο με τον αριθμό 4:

$$(4!)^{\sqrt{4}} \cdot 4 - 4! \cdot (4+4+4) + 4+4$$

7) Παράσταση του αριθμού 2024 μόνο με τον αριθμό 5:

**Αποκλειστικά στο <http://lisari.blogspot.com>**

$$\underbrace{[5 \cdot (5+5) - 5]^{(5+5):5}}_{2025} - 5 : 5$$

8) Παράσταση του αριθμού 2024 μόνο με τον αριθμό 6:

$$\underbrace{(6 \cdot 6)^{(6+6):6} + 666 + 66}_{2028} + \underbrace{(6+6):6 - 6}_{-4}$$

9) Παράσταση του αριθμού 2024 μόνο με τον αριθμό 7:

$$\underbrace{(7 \cdot 7)^{(7+7):7}}_{2.401} - 7 \cdot 7 \cdot 7 - 7 \cdot 7 + 7 + 7$$

10) Παράσταση του αριθμού 2024 μόνο με τον αριθμό 8:

$$\underbrace{88(8+8+8)}_{2.112} - 88$$

11) Παράσταση του αριθμού 2024 μόνο με τον αριθμό 9:

$$\underbrace{[999(9+9)]}_{1.998} : 9 + 9 + 9 + 9 - 9 : 9$$

12) Με εκθέτη τον αριθμό 4:  $1^4 + 1^4 + 1^4 + 1^4 + 2^4 + 3^4 + 5^4 + 6^4 = 2024$

13) Με εκθέτη τον αριθμό 5:  $\underbrace{4^5 + 4^5}_{2.048} + 1^5 + 1^5 + 1^5 + 1^5 + 1^5 + 1^5 + 1^5 + 1^5 - 2^5 = 2024$

14) Με παραγοντικό:  $6! + 6! + 6! - 5! - 4! + 3! + 2! = 2024$

15) **Μαγικό τετράγωνο 2024 - Επιμέλεια: Μάκης Χατζόπουλος**

Αν α είναι το πλήθος των ευχών που στείλατε το νέο έτος και β το πλήθος των επισκέψεών σας στο **lisari** για το έτος 2023, τότε να βρείτε το γινόμενο των κελιών σε όλες τις κατευθύνσεις (απλά συμπληρώστε τα ερωτηματικά). Τι παρατηρείτε; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

11α	23β	$\frac{8}{\alpha\beta}$	;
23β	$\frac{8}{\alpha\beta}$	11α	;
$\frac{8}{\alpha\beta}$	11α	23β	;
;	;	;	;

**Σημείωση:** Ευχόμαστε τα α, β να είναι μη μηδενικοί αριθμοί!!

16) Επιμέλεια: Γιώργος Χασάπης

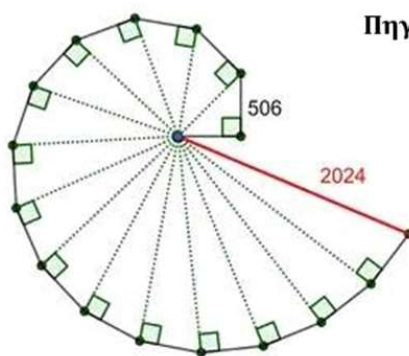
Το 2024 δεν γράφεται στη μορφή  $x^{2m} + y^{2n}$  με  $x, y \in \mathbb{Z}$  και  $m, n$  μη αρνητικοί ακέραιοι.

17) (polite number)  $\sum_{i=77}^{99} i = 77 + 78 + 79 + \dots + 98 + 99 = 2024$

$$\sum_{i=119}^{134} i = 119 + 120 + \dots + 134 = 2024, \quad \sum_{i=179}^{189} i = 179 + 180 + \dots + 189 = 2024$$

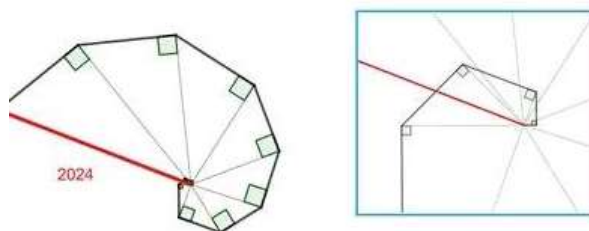
διότι ο αριθμός 2024 δεν είναι δύναμη του 2, τότε γράφεται ως άθροισμα διαδοχικών θετικών ακέραιων αριθμών.

18)  $\sum_{i=1}^{16} 506^2 = 2024^2$



19)  $12^2 + 32^2 + 76^2 + 84^2 + 320^2 + 432^2 + 468^2 + 576^2 + 688^2 + 912^2 + 960^2 + 1008^2 = 2024^2$

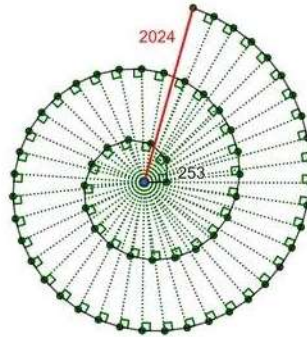
Πηγή: Chidex Online  
Math Class



20)  $\sum_{i=1}^{64} 253^2 = 2024^2$

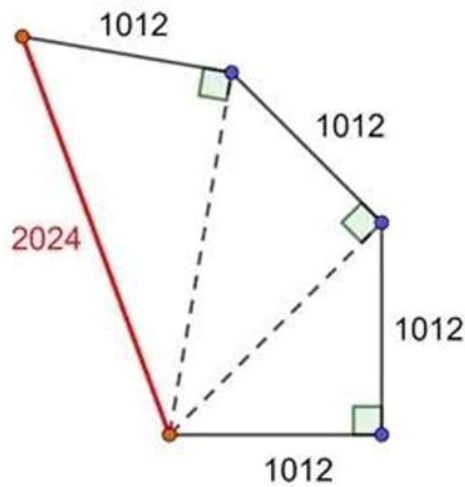


Πηγή: Chidex Online  
Math Class



21)  $1012^2 + 1012^2 + 1012^2 + 1012^2 = 2024^2$

Πηγή: Chidex Online  
Math Class



22)  $\int_1^0 \ln^{2024}(x) dx = 2024!$

23) Επιμέλεια: Γιώργος Χασάπης

Ο 2024 δεν μπορεί να γραφτεί στην μορφή  $2024 = x^3 + y^3$  με  $x, y \in \mathbb{Z}$ .

24) Επιμέλεια: Μάκης Χατζόπουλος

Αν  $x$  ένας ακέραιος αριθμός από το 1 έως το 9, τότε  $\left(\frac{\text{xxxxx} - x}{xx} + 1\right) 2 \cdot \frac{x + x}{x} = 2024$ .

## # Λυμένες ασκήσεις

1) Να αποδείξετε την πρόταση 16.

**Απόδειξη (Γιώργος Χασάπης)**

Ο  $11 = 2 \cdot 4 + 3 \equiv 3 \pmod{4}$  είναι διαιρέτης του 2024 και στην ανάλυση του 2024 σε γινόμενο πρώτων είναι σε περιττή δύναμη (είναι στην δύναμη 1). Κατά συνέπεια ο 2024 δεν μπορεί να γραφτεί στην μορφή  $2024 = x^2 + y^2$  με  $x, y \in \mathbb{Z}$ , ούτε μπορεί να γραφτεί ως άθροισμα δύο άρτιων δυνάμεων ακέραιων (δηλαδή δεν μπορεί να γραφτεί στην μορφή  $2024 = x^{2m} + y^{2n}$  με  $x, y \in \mathbb{Z}$  και  $m, n$  μη αρνητικοί ακέραιοι).

2) Να αποδείξετε την πρόταση 23.

**Απόδειξη (Γιώργος Χασάπης)**

Αρκεί να δούμε ότι για κάθε  $u \in \{1, 2, 4, 8, 11, 22, 23, 44, 46, 88, 92, 184, 253, 506, 1012, 2024\}$  η εξίσωση

$$2024 = x^3 + (u - x)^3$$

δηλαδή η εξίσωση

$$2024 = u(3x^2 - 3ux + u^2)$$

δεν έχει λύση  $x \in \mathbb{Z}$ . Αν η τελευταία είχε λύση  $x \in \mathbb{Z}$  τότε θα ήταν

$$2024 \equiv u^3 \pmod{3}$$

άρα ο  $u \equiv 2 \pmod{3}$ . Βρίσκουμε ότι  $u \in \{2, 8, 11, 23, 44, 92, 506, 2024\}$ . Με έλεγχο, βρίσκουμε ότι για κάθε  $u \in \{2, 8, 11, 23, 44, 92, 506, 2024\}$  η εξίσωση

$$2024 = u(3x^2 - 3ux + u^2)$$

δεν έχει λύση  $x \in \mathbb{Z}$ .

3) Να αποδείξετε την πρόταση 24

**Απόδειξη**

Έχουμε,

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\text{xxxxx} - x}{xx} + 2\right) \cdot \frac{x+x}{x} &= \left(\frac{x \cdot 10^4 + x \cdot 10^3 + x \cdot 10^2 + x \cdot 10 + x - x}{x \cdot 10 + x} + 2\right) \cdot \frac{2x}{x} \\
&= \left(\frac{x \cdot 10^4 + x \cdot 10^3 + x \cdot 10^2 + x \cdot 10}{x \cdot 10 + x} + 2\right) \cdot 2 \\
&= \left[\frac{x(10^4 + 10^3 + 10^2 + 10)}{x(10+1)} + 2\right] \cdot 2 \\
&= \left(\frac{10^4 + 10^3 + 10^2 + 10}{11} + 2\right) \cdot 2 \\
&= 2024
\end{aligned}$$

4) Να ερμηνεύσετε το μαγικό τετράγωνο που είδαμε στην πρόταση 15.

Απάντηση

Το μοτίβο του μαγικού τετραγώνου στηρίζεται στην εξής ιδιότητα:

11α	23β	$\frac{8}{\alpha\beta}$	2024
23β	$\frac{8}{\alpha\beta}$	11α	2024
$\frac{8}{\alpha\beta}$	11α	23β	2024
2024	2024	2024	2024

$$8 \cdot 11 \cdot 23 = 2024$$

## # Άλυτες ασκήσεις

1. Χωρίς τη χρήση του ημερολογίου, γνωρίζοντας την ημέρα των γενεθλίων σας το 2023 να βρείτε την ημέρα των γενεθλίων σας το 2024.

Μπορούμε να γενικεύσουμε την παραπάνω ερώτηση; Δηλαδή αν X η ημέρα των γενεθλίων ενός ατόμου το 2023, τότε ποια μέρα είναι τα γενέθλια του το 2024; Να αιτιολογήσετε πλήρως την απάντησή σας.

### 2. Επιμέλεια: Αιμίλιος Βλαστός

Για το άθροισμα  $1!+2!+3!+4!+\dots+2024!$  να υπολογίστε το τελευταίο του ψηφίο.

Απαιτεί ελάχιστους υπολογισμούς, αρκετή λογική σκέψη

Αποκλειστικά στο <http://lisari.blogspot.com>

## # Μαθηματικές δράσεις για το 2024

**20.1.24:** Διαγωνισμός του Ευκλείδη (διοργάνωση Ε.Μ.Ε.).

**27.1.24:** Συνέδριο της Ελληνογαλλικής Σχολής Jeanne d' Arc.

**24.2.24:** Διαγωνισμός του Αρχιμήδη (διοργάνωση Ε.Μ.Ε.).

**9.3.24:** Διαγωνισμός Πυθαγόρα (διοργάνωση Ε.Μ.Ε.).

**30.3.24:** 1ο Μαθηματικό Συνέδριο από την Ελληνογαλλική Σχολή Καλαμαρί.

**1.4.24:** Το [lisari.blogspot.com](http://lisari.blogspot.com) εισάγεται στο Χρηματιστήριο του Τόκιο!

**Απρίλιος 2024:** Μαθηματική εβδομάδα Ε.Μ.Ε. Θεσσαλονίκης.

**Νοέμβριος 2024:** Μαθηματικό Συνέδριο του παραρτήματος Ε.Μ.Ε Ηλείας.

**1.6.24:** Πανελλαδικές Εξετάσεις ΕΠΑ.Λ Μαθηματικά.

**4.6.24:** Πανελλαδικές Εξετάσεις ΓΕΛ Μαθηματικά.

**Σεπτέμβριος 2024:** Επαναληπτικές Εξετάσεις ΓΕΛ και ΕΠΑΛ και Ομογενών.

## # Πηγές

1. <https://www.numbersaplenty.com/2024>
2. <https://numbermatics.com/n/2024/>
3. Chidex Online Math Class (ομάδα Facebook)