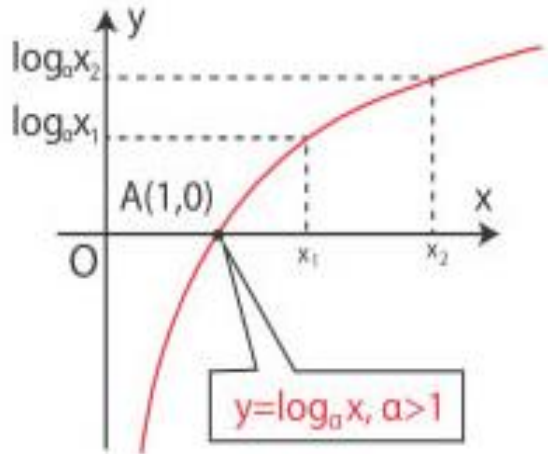


Η λογαριθμική συνάρτηση

Κάθε συνάρτηση της μορφής $f(x) = \log_a x$, με $a > 0$ και $a \neq 1$, λέγεται λογαριθμική συνάρτηση με βάση το a .

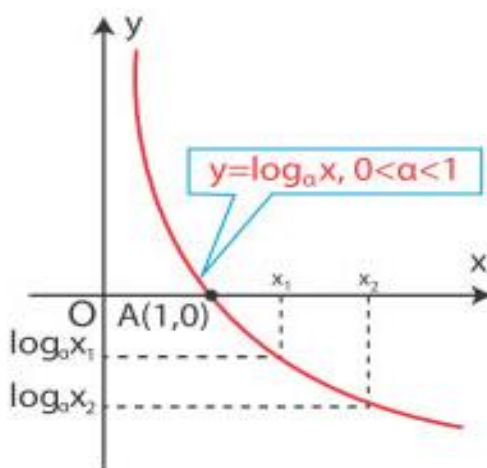
➤ Αν $a > 1$, τότε η λογαριθμική συνάρτηση $f(x) = \log_a x$:

- ✚ Έχει πεδίο ορισμού το διάστημα $(0, +\infty)$.
- ✚ Έχει σύνολο τιμών το σύνολο $\mathbb{R}$ των πραγματικών αριθμών.
- ✚ Είναι γνησίως αύξουσα, που σημαίνει ότι αν $x_1 < x_2$, τότε $\log_a x_1 < \log_a x_2$ απ' όπου προκύπτει ότι: **$(\log_a x < 0$, αν $0 < x < 1$) και $(\log_a x > 0$, αν $x > 1$)**
- ✚ Έχει γραφική παράσταση που τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο $A(1,0)$.
- ✚ Έχει ασύμπτωτο τον ημιάξονα Oy' .



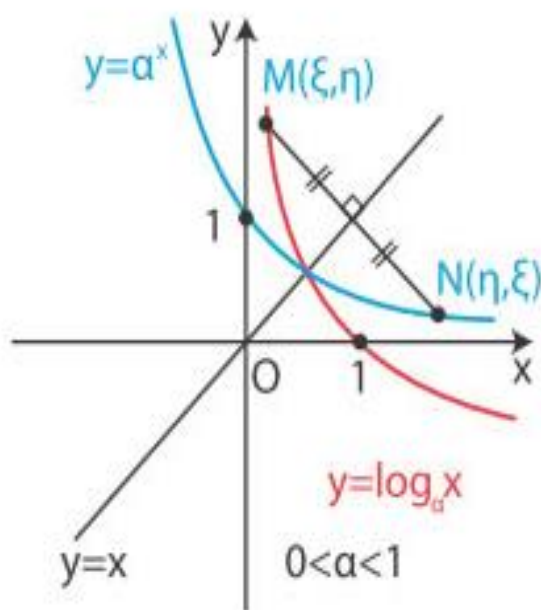
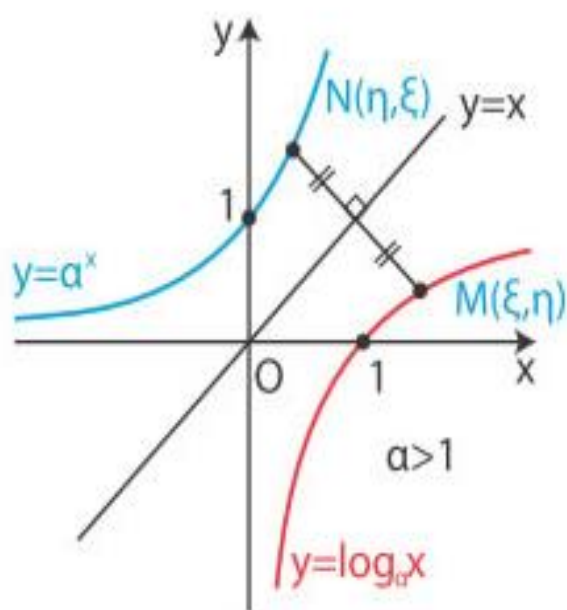
➤ Αν $0 < a < 1$, τότε η λογαριθμική συνάρτηση $f(x) = \log_a x$:

- ✚ Έχει πεδίο ορισμού το διάστημα $(0, +\infty)$.
- ✚ Έχει σύνολο τιμών το σύνολο $\mathbb{R}$ των πραγματικών αριθμών.
- ✚ Είναι γνησίως φθίνουσα, που σημαίνει ότι αν $x_1 < x_2$, τότε $\log_a x_1 > \log_a x_2$ απ' όπου προκύπτει ότι: **$(\log_a x > 0$, αν $0 < x < 1$) και $(\log_a x < 0$, αν $x > 1$)**
- ✚ Έχει γραφική παράσταση που τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο $A(1,0)$.
- ✚ Έχει ασύμπτωτο τον ημιάξονα Oy .



Παρατηρήσεις

1. Επειδή $\log_a x = y \Leftrightarrow a^y = x$, αν το $M(\xi, \eta)$ είναι σημείο της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $y = \log_a x$, τότε το $N(\eta, \xi)$ θα είναι σημείο της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $y = a^x$ και αντιστρόφως. Από αυτό προκύπτει ότι: οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $y = \log_a x$ και $y = a^x$ είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία που διχοτομεί το 1^ο και 3^ο τεταρτημόριο.



2. Ισχύει η ισοδυναμία: $\log_a x_1 = \log_a x_2 \Leftrightarrow x_1 = x_2$
Η ιδιότητα αυτή είναι ιδιαίτερα χρήσιμη για επίλυση εξισώσεων