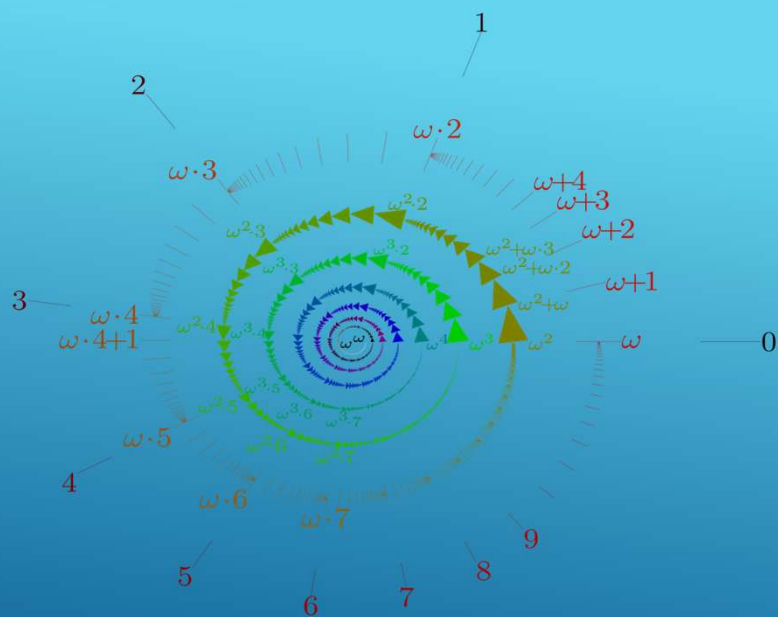


«ΠΕΡΙΠΛΑΝΗΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΙΣΤΟΡΙΑ ΚΑΙ ΤΟΝ ΚΟΣΜΟ ΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ»

ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΓΙΑΤΡΑΣ Σ.Ε. ΠΕ03 ΔΔΕ Γ' ΑΘΗΝΑΣ



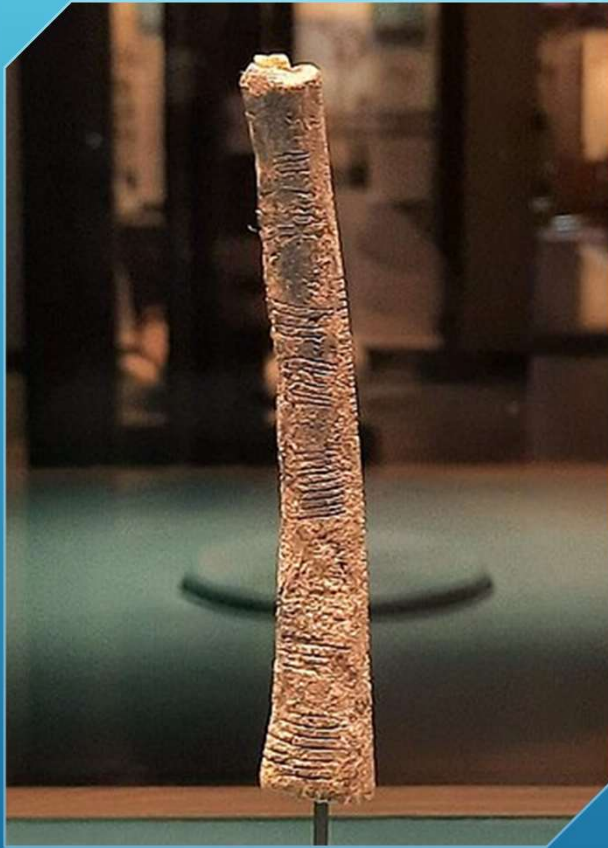
**ΔΙΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟ ΣΥΜΠΟΣΙΟ «Αριθμοί και
Ακολουθίες αριθμών στα Μαθηματικά:
διεπιστημονική προσέγγιση»**

Σάββατο, 22/02/2025

ΠΡΟΕΛΕΥΣΗ ΤΗΣ ΑΡΙΘΜΗΣΗΣ

- ▶ Δεν είναι οικουμενική ούτε ομοιόμορφη
- ▶ Πρώτες αποδείξεις χρήσης αριθμών: εγχάρακτα οστά
 - Σουαζιλάνδη ,1973, οστό μπαμπούνου, 40000 π.Χ., 29 εγκοπές (σεληνιακό ημερολόγιο)
 - Βιεστονίτσε (Τσέχικη Μοραβία), 1937, οστό λύκου, 26000 π.Χ. 55 εγκοπές σε ομάδες των 5
 - Κογκό, «οστό του Ισάγκο», 1960, 20000 π.Χ.

ROYAL BELGIAN INSTITUTE OF NATURAL SCIENCES



10 cm , από θηλαστικό, περιγράφεται ως το αρχαιότερο μαθηματικό εργαλείο της ανθρωπότητας

Αρχαίο βοήθημα μνήμης (Πλίνιος)

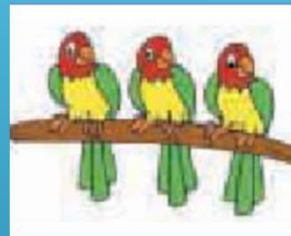
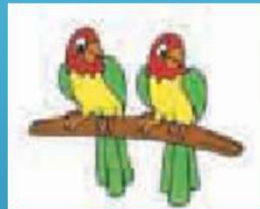
168 χαρακτικά στο κόκκαλο ταξινομούνται σε τρεις παράλληλες στήλες κατά μήκος του οστού, καθεμία από τις οποίες σημειώνει με διαφορετικό προσανατολισμό και μήκος

- απόδειξη γνώσης της απλής αριθμητικής
- αντιπροσωπεύει αριθμητική σημειογραφία ενός σεληνιακού ημερολογίου έξι μηνών
- είναι ένα εργαλείο μέτρησης που χρησιμοποιεί τη βάση 12 και τις υποβάσεις 3 και 4, και περιλαμβάνει απλό πολλαπλασιασμό, κάπως συγκρίσιμο με έναν πρωτόγονο λογαριθμικό κανόνα.



ΑΡΙΘΜΗΣΗ

ΠΛΗΘΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ 1,2,3,...



ΔΙΑΤΑΚΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ πρώτος, δεύτερος, τρίτος,



ΑΠΑΡΧΕΣ ΤΗΣ ΑΡΙΘΜΗΣΗΣ

1. ΘΕΩΡΙΑ ΑΝΑΓΚΑΙΟΤΗΤΑΣ: ΟΛΑ ΞΕΚΙΝΗΣΑΝ ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΝΑΓΚΗ ΚΑΤΑΜΕΤΡΗΣΗΣ
2. ΤΗΡΗΣΗ ΠΡΟΚΑΘΟΡΙΣΜΕΝΗΣ ΣΕΙΡΑΣ ΣΕ ΤΕΛΕΤΟΥΡΓΙΕΣ (ΠΝΕΥΜΑΤΙΚΗ ΒΑΣΗ ΑΡΙΘΜΩΝ)

Προέλευση από δεδομένο γεωγραφικό τόπο.

ΠΡΩΤΟΓΟΝΟΙ ΛΑΟΙ

- ΠΙΡΑΧΑ (ζούγκλα Αμαζονίου) κανένα σύστημα αρίθμησης ή υπολογισμού, χωρίς διάκριση ενικού –πληθυντικού, προσεγγιστικό υπολογιστικό σύστημα DAN EVERETT
- Φυλές Ινδιάνων Αμερικής
 - 1/3 δεκαδικό σύστημα
 - 1/3 πενταδικό -δεκαδικό
 - 1/3 20% δυαδικό 10% εικοσαδικό 1% τριαδικό

BABYΛΩΝΙΟΙ

- ΠΟΛΗ ΟΥΡΟΥΚ : 400 ΠΙΝΑΚΙΔΕΣ ΜΕ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

- ΣΥΣΤΗΜΑ θεσιακό, 60αδικο συνδυασμός του 12 και του 5

24 ώρες, 60', 60'', μέτρηση γωνιών

$a \ b \ c$ $a \cdot 60^2 + b \cdot 60 + c$ ή $a + b \cdot 60^{-1} + c \cdot 60^{-2}$

π.χ. $20 = 20 \cdot 60^{-1} = 1/3$

Αναπαράσταση κλασμάτων με μεγάλη ακρίβεια

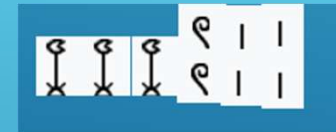
- ΠΙΝΑΚΕΣ ΠΟΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΥ, ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΑΡΙΘΜΩΝ (χρησιμοποιούνταν για υπολογισμό του αντίστροφου της εκθετικοποίησης), ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΩΝ, ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΩΝ ΡΙΖΩΝ (μέθοδος της διχοτόμησης -σημερινή μέθοδος Newton)

- $\pi = 3 + 1/8$

𐎶 1	𐎶𐎵 11	𐎶𐎵𐎶 21	𐎶𐎵𐎶𐎵 31	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶 41	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 51
𐎶𐎵 2	𐎶𐎵𐎵 12	𐎶𐎵𐎵𐎶 22	𐎶𐎵𐎵𐎶𐎵 32	𐎶𐎵𐎵𐎶𐎵𐎶 42	𐎶𐎵𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 52
𐎶𐎵𐎶 3	𐎶𐎵𐎶𐎵 13	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶 23	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 33	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶 43	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 53
𐎶𐎵𐎶𐎵 4	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎵 14	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎵𐎶 24	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎵𐎶𐎵 34	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎵𐎶𐎵𐎶 44	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 54
𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶 5	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 15	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶 25	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 35	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶 45	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 55
𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 6	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎵 16	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎵𐎶 26	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎵𐎶𐎵 36	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎵𐎶𐎵𐎶 46	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 56
𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶 7	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 17	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶 27	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 37	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶 47	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 57
𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 8	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎵 18	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎵𐎶 28	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎵𐎶𐎵 38	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎵𐎶𐎵𐎶 48	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 58
𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎵 9	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎵𐎵 19	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎵𐎵𐎶 29	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎵𐎵𐎶𐎵 39	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 49	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎵 59
𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎵𐎵 10	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎵𐎵𐎵 20	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎵𐎵𐎵𐎵 30	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎵𐎵𐎵𐎵𐎵 40	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵𐎵𐎵𐎵𐎵𐎵𐎵 50	

ΑΙΓΥΠΤΙΟΙ

- Το σύστημα δεν ήταν θεσιακό. Χρήση συμβόλου για κάθε δύναμη του δέκα.
- Σύστημα αριθμητικής σημειογραφίας προσθετικό. Π.χ. $3.204 = 1000 + 1000 + 1000 + 100 + 100 + 1 + 1 + 1 + 1$ γραφόταν
- Επέτρεπε την αναπαράσταση μεγάλων αριθμών
- Οι Αιγύπτιοι χρησιμοποιούσαν σχεδόν αποκλειστικά κλάσματα του εντύπου $1/n$



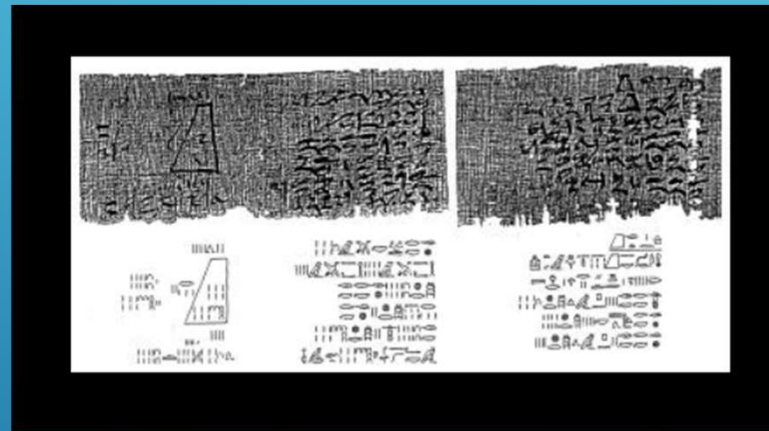
Μία αξιοσημείωτη εξαίρεση είναι το κλάσμα $2/3$, το οποίο βρίσκεται συχνά στα μαθηματικά κείμενα.

- Τα προβλήματα που επεξεργάστηκε η αιγυπτιακή άλγεβρα εμφανίζονται τόσο στον Μαθηματικό Πάπυρο Rhind όσο και στον Μαθηματικό Πάπυρο της Μόσχας, καθώς και σε πολλές άλλες πηγές.
- Καταγραφές μεγάλων αριθμών μέχρι και εκατομμύρια (5000π.χ.)
- $\pi = 3 + 1/7$

1	10	100	1000	10.000	100.000	1.000.000
	∩	ϣ	⌒	⌒	⌒	⌒

1/2	1/3	2/3	1/4	1/5
⌒	⌒	⌒	⌒	⌒

ΠΑΠΥΡΟΣ ΤΗΣ ΜΟΣΧΑΣ



ΠΑΠΥΡΟΣ ΤΟΥ RHIND



Σύμφωνα με ένα σχόλιο του CHASE

« Η προσεκτική μελέτη του παπύρου του RHIND, με έχει πείσει, εδώ και πολλά χρόνια, ότι το έργο αυτό δεν είναι μια απλή συλλογή πρακτικών προβλημάτων [...] και ότι οι Αιγύπτιοι δεν ήταν απλώς ένα έθνος εμπόρων που δεν ενδιαφέρονταν για τίποτα άλλο, παρά μόνο για αυτά των οποίων θα μπορούσαν να κάνουν χρήση. Πιστεύω μάλλον ότι μελετούσαν τα μαθηματικά και άλλα θέματα χάριν αυτών των ιδίων»

Κατά τον ΧΡΙΣΤΙΑΝΙΔΗ, η άποψη του CHASE μάλλον ενισχύεται, αν ληφθούν υπ' όψιν τα ακόλουθα:

«Το πρόβλημα 40 του παπύρου του RHIND δεν φαίνεται να έχει άμεση σχέση με τα πρακτικά προβλήματα της καθημερινής ζωής. Είναι δύσκολο να δεχτούμε ότι, υπό πραγματικές συνθήκες, μοίραζαν ψωμί με τρόπο ώστε οι μερίδες να αποτελούν αριθμητική πρόοδο».

«Στο πρόβλημα 26 του παπύρου του RHIND αναδύεται ένας ορισμένος βαθμός αφηρημένης σκέψης, αφού η μέθοδος της αυθαίρετης παραδοχής μπορεί να χρησιμοποιείται σε προβλήματα που καλύπτουν ένα ευρύ φάσμα διαφορετικών αντικειμένων, επί των οποίων θα ήταν δυνατόν να εφαρμόζονται οι ίδιες επιλυτικές τεχνικές».

ΕΛΛΑΔΑ

- Περισσότερο ενδιαφέρον στην Γεωμετρία.
- Το Ελληνικό σύστημα αρίθμησης αναπτύχθηκε στην Ιωνία το 500 π.χ.
- Σύμβολο για κάθε αριθμό από το 1–9, 10–90, 100–900. Αντιστοιχούσαν στα γράμματα του αλφαβήτου.
- Είναι σύστημα προσθετικό.
- Χρήση του άβακα.
- $\pi=22/7$ (Αρχιμήδης)
- Πρώτοι αριθμοί, ασύμμετροι αριθμοί.

ΡΩΜΗ

- Τα μαθηματικά και το σημειογραφικό σύστημα της Ρώμης δεν ήταν εξ ίσου δυνατά και εξελιγμένα όσο στην Ελλάδα και την Βαβυλώνα. Βασίζεται στο αντίστοιχο σύστημα αναπαράστασης των Ετρούσκων.

I=1, II=2, III=3, IV=4, V=5, VI=6, VII=7, VIII=8, IX=9 και X=10

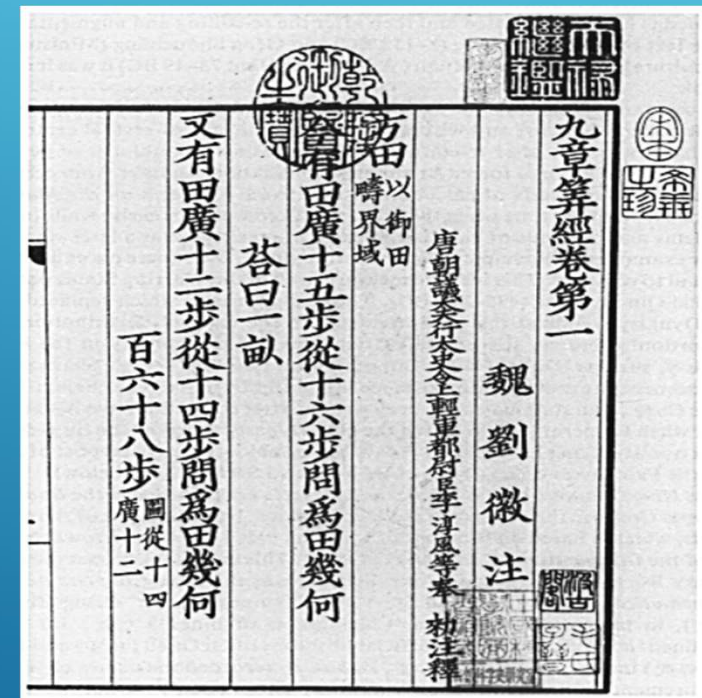
- Η αρχική ρωμαϊκή σημειογραφία είναι πολύ δημοφιλής, αφού συνεχίζει να χρησιμοποιείται μέχρι τις μέρες μας.
- Χρησιμοποιούσαν μεταλλικές ή ξύλινες πινακίδες με αυλάκια που τοποθετούσαν μικρά αντικείμενα ή πέτρες. Calx (πέτρα)- calculus (μικρή πέτρα, χαλίκι)- calculate

ΚΙΝΑ

- Θεμελιώδης ο ρόλος των μαθηματικών.
- Τα πρώιμα κινεζικά μαθηματικά διαφέρουν τόσο από άλλα μέρη του κόσμου που είναι εύλογο να συμπεράνει κανείς την ανεξάρτητη ανάπτυξή τους.
- «Τα εννέα κεφάλαια της Μαθηματικής τέχνης», ένα από τα παλαιότερα και σπουδαιότερα διασωθέντα μαθηματικά κείμενα από Κίνα (2ος αιώνας μ.Χ.).
- Μια ιδιαιτερότητα των Κινεζικών μαθηματικών είναι η χρήση του δεκαδικού συστήματος ταξινόμησης θέσης, οι λεγόμενοι "ράβδοι αριθμών" χρησιμοποιήθηκαν για τους αριθμούς από το ένα ως το δέκα και για τις δυνάμεις του δέκα.
- Οι ράβδοι αριθμών επιτρέπουν την αναπαράσταση των αριθμών όσο μεγάλοι κι αν είναι αυτοί και επίσης προσφέρονται για την εκτέλεση των υπολογισμών στον κινεζικό άβακα.

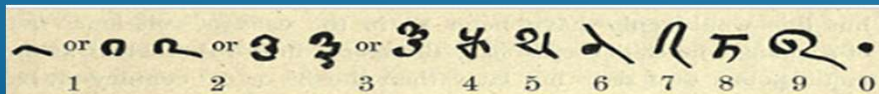
«ΤΑ ΕΝΝΕΑ ΚΕΦΑΛΑΙΑ ΤΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΤΕΧΝΗΣ»

- ▶ Αποτελείται από 246 λεκτικά προβλήματα που σχετίζονται με τη γεωργία, τις επιχειρήσεις, καθώς και τη χρήση της γεωμετρίας για τον υπολογισμό υψών, ανοιγμάτων και αναλογιών, στην κατασκευή πύργων, στην μηχανική, στην τοπογραφία, και περιλαμβάνει υλικό σχετικά με ορθογώνια τρίγωνα και μια καλή προσέγγιση του αριθμού π. Περιλαμβάνει επίσης μαθηματικές αποδείξεις για το Πυθαγόρειο Θεώρημα, και μαθηματικούς τύπους για την Απαλοιφή Γκάους.



ΙΝΔΟΙ ΚΑΙ ΑΡΑΒΕΣ (ΙΣΛΑΜ)

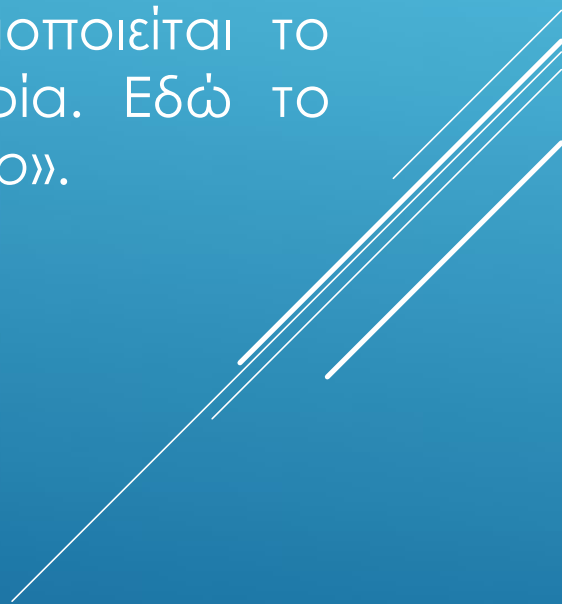
- Η σπουδαιότερη συμβολή των ινδικών μαθηματικών είναι το σύστημα αρίθμησης. Θεσιακό, με την χρήση τελείας, που υποδήλωνε το κενό στον άβακα και αργότερα μετατράπηκε στο μηδέν. Συμπεριλήφθηκε στους αριθμούς το 628, όταν ο Μπραχμαγκούπτα στο βιβλίο το «Δόγμα του Μπράχμα» το όρισε ως το αποτέλεσμα της αφαίρεσης ενός αριθμού από τον εαυτό του.
- Οι ινδουιστικό-αραβικοί αριθμοί εφευρέθηκαν από μαθηματικούς στην Ινδία. Τους έλεγαν «ινδουιστικούς αριθμούς». Αργότερα ονομάστηκαν «αραβικοί» αριθμοί από τους Ευρωπαίους, επειδή εισήχθησαν στη Δύση από Άραβες.
- Ο σκοπός των ινδικών μαθηματικών ήταν η γνώση για την γνώση.
- Η ινδική επιστήμη ήταν κυρίως στραμμένη στην αστρονομία. Μελέτησαν την τριγωνομετρία και η λατινική λέξη *sinus* προέρχεται από σύγγραμμα περί αστρονομίας του 5^{ου} αιώνα.



«ΑΡΧΕΣ ΤΟΥ ΙΝΔΙΚΟΥ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ»

KUSHYAR IBN LABBAN (ΠΕΡΣΗΣ ΑΣΤΡΟΝΟΜΟΣ)

Το αρχαιότερο σωζόμενο αραβικό βιβλίο που χρησιμοποιείται το αραβικό σύστημα αρίθμησης με θεσιακή σημειογραφία. Εδώ το μηδέν χρησιμοποιείται συστηματικά με την ονομασία «σιφρ».

Several thin, white, parallel diagonal lines are positioned in the bottom right corner of the slide, extending from the right edge towards the center.

ΜΕΣΑΙΩΝΙΚΗ ΕΥΡΩΠΗ

- Αργή διαδικασία καθιέρωσης της χρήσης των αραβικών αριθμών, που αμφισβητήθηκε και πολεμήθηκε.
- Ο Βοήθιος παρείχε ένα μέρος για τα μαθηματικά στο πρόγραμμα σπουδών τον 6 μ.χ. αιώνα όταν επινόησε τον όρο *quadrivium* για να περιγράψει τη μελέτη της αριθμητικής, γεωμετρίας, αστρονομίας και μουσικής. Έγραψε το *De institutione arithmetica*. Η δουλειά του ήταν θεωρητική, παρά πρακτική και ήταν η βάση των μαθηματικών σπουδών μέχρι την ανάκτηση των Ελληνικών και Αραβικών μαθηματικών ερευνών.
- Στο τέλος του Μεσαίωνα γεννήθηκαν σημαντικές καινοτομίες που επηρέασαν καθοριστικά τις επόμενες περιόδους. Η έρευνα εισήγαγε τους ινδοαραβικούς αριθμούς στην Ευρώπη και συζητήθηκαν αρκετά μαθηματικά προβλήματα.
- Ο FIBONACCI, ο οποίος έγραψε το «*Liber Abaci*», το πρώτο έργο στην Ευρώπη που χρησιμοποιούσε αραβικούς αριθμούς, το 1202 και εκσυγχρονίστηκε το 1254, παρήγαγε τα πρώτα σημαντικά μαθηματικά.

Η ΔΙΑΔΟΣΗ ΤΩΝ ΑΡΑΒΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

- Η εισαγωγή των αραβικών αριθμών ήταν δύσκολη και αργή.
- Αναπαριστούν στην αρχή μόνο ακεραίους . Τα κλάσματα συνέχισαν στο εξηκονταδικό.
- Διαμάχη μεταξύ «αβακιστών» – «αλγοριστών».

«αβακιστές»: χρήση ρωμαϊκών αριθμών ως πιο πρακτικοί για τον άβακα
ελάχιστη σημασία στο μηδέν, ως πράξεις ευνοούνταν ο πολλαπλασιασμός
και η διαίρεση, επικεντρώνονταν στα δωδεκαδικά κλάσματα.

«αλγοριστές»: χρήση αραβικών αριθμών, το μηδέν εξαιρετικά χρήσιμο, ευνοούνταν όλες
οι πράξεις και οι ρίζες, εστίαζαν στα εξηκονταδικά κλάσματα.

- Τελικός καθοριστικός παράγων το χρήμα. Οι αραβικοί αριθμοί χρησιμότεροι στο εμπόριο, πιο εύκολη η πράξη στο χαρτί.
- Εισήχθησαν στην Γερμανία το 1200, στην Γαλλία το 1275, στην Αγγλία το 1300.
- Το «*Liber Abaci*» εξέθετε εμπορικές εφαρμογές της αριθμητικής και παρουσίαζε έτσι τους αραβικούς αριθμούς και τους αλγορίθμους για την χρήση τους.

Η ΕΞΕΛΙΞΗ ΤΗΣ ΕΝΝΟΙΑΣ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ

Πολλές είναι οι παράμετροι και οι οπτικές της έννοιας «εξέλιξη»:

1. Εξέταση της ανάπτυξης και της πορείας των εννοιών
2. Ανάλυση των αιτίων εισαγωγής κάθε έννοιας
3. Ο βίος και η πολιτεία μαθηματικών που έπαιξαν σημαντικό ρόλο στην αριθμητική κοσμογονία
4. Συνθήκες ανακάλυψης κάποιων εννοιών, αξιωμάτων, κανόνων, προτάσεων κ.λπ.

Ο ΚΟΣΜΟΣ ΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Οι διαφορετικοί τύποι των αριθμών χρησιμοποιούνται σε πολλές περιπτώσεις. Οι αριθμοί μπορούν να ταξινομηθούν σε σύνολα (αριθμητικά συστήματα).

ΚΥΡΙΟΙ ΤΥΠΟΙ ΑΡΙΘΜΩΝ

Φυσικοί, Ακέραιοι, Ρητοί, Άρρητοι, Υπερβατικοί, Πραγματικοί, Φανταστικοί, Μιγαδικοί, Υπερμιγαδικοί, p-αδικοί

ΜΗ ΤΥΠΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Υπερπεπερασμένοι, διατακτικοί (άπειροι -πεπερασμένοι), πληθικοί (άπειροι -πεπερασμένοι), άπειροστά.

ΥΠΑΡΧΟΥΝ ΠΡΑΓΜΑΤΙ ΟΛΟΙ ΑΥΤΟΙ ΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ;

- Οι φυσικοί διατείνονται ότι δεν υπάρχουν ούτε άπειρα ούτε απειροστά.
- Τρία κύρια δόγματα: πλατωνισμός, φορμαλισμός, κονστρουκτιβισμός.
- Πλατωνισμός: Τα μαθηματικά αντικείμενα είναι πραγματικά. Υπάρχουν ανεξάρτητα από την γνώση μας γι' αυτά. Η ύπαρξη τους είναι αντικειμενικό γεγονός.
- Φορμαλισμός: Τα μαθηματικά αποτελούνται από αξιώματα , ορισμούς και θεωρήματα- με άλλα λόγια από τύπους. Δεν υπάρχουν μαθηματικά αντικείμενα.
- Κονστρουκτιβισμός: Γνήσια μαθηματικά είναι μόνο αυτά που μπορούν να παραχθούν από μια πεπερασμένη δομή.

"Die ganzen Zahlen hat der liebe Gott gemacht, alles andere ist Menschenwerk"

«Ο θεός έφτιαξε τους ακέραιους αριθμούς, όλα τα άλλα είναι έργο του ανθρώπου».



ΣΑΣ ΕΥΧΑΡΙΣΤΩ !

