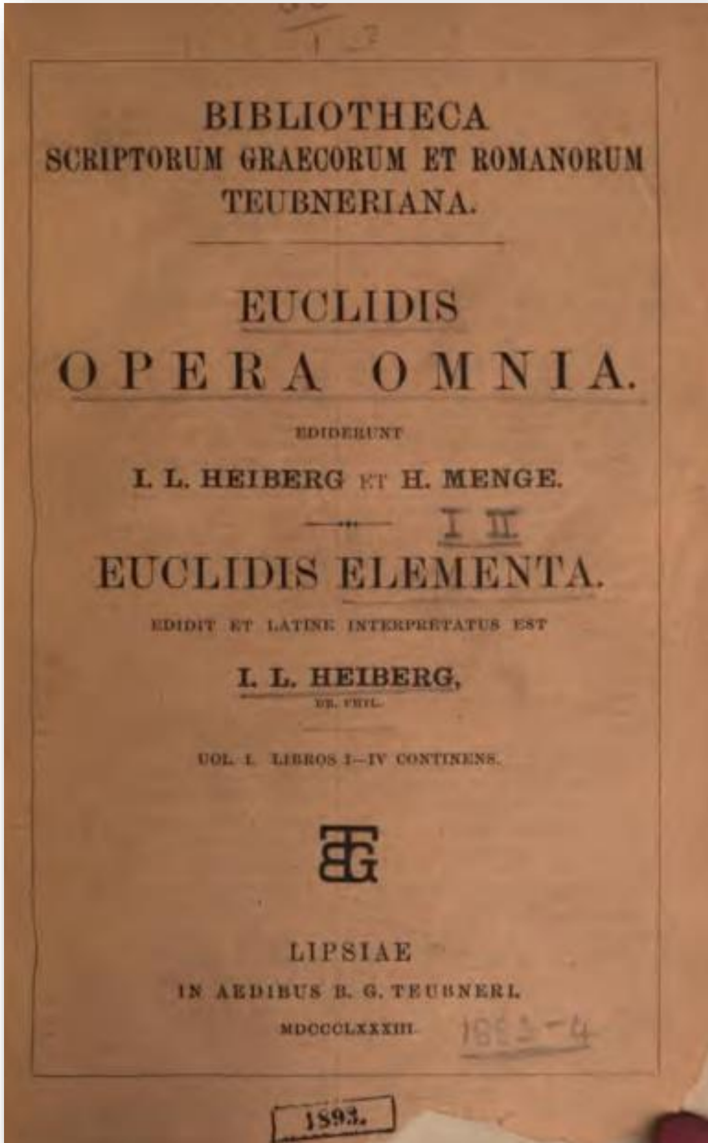
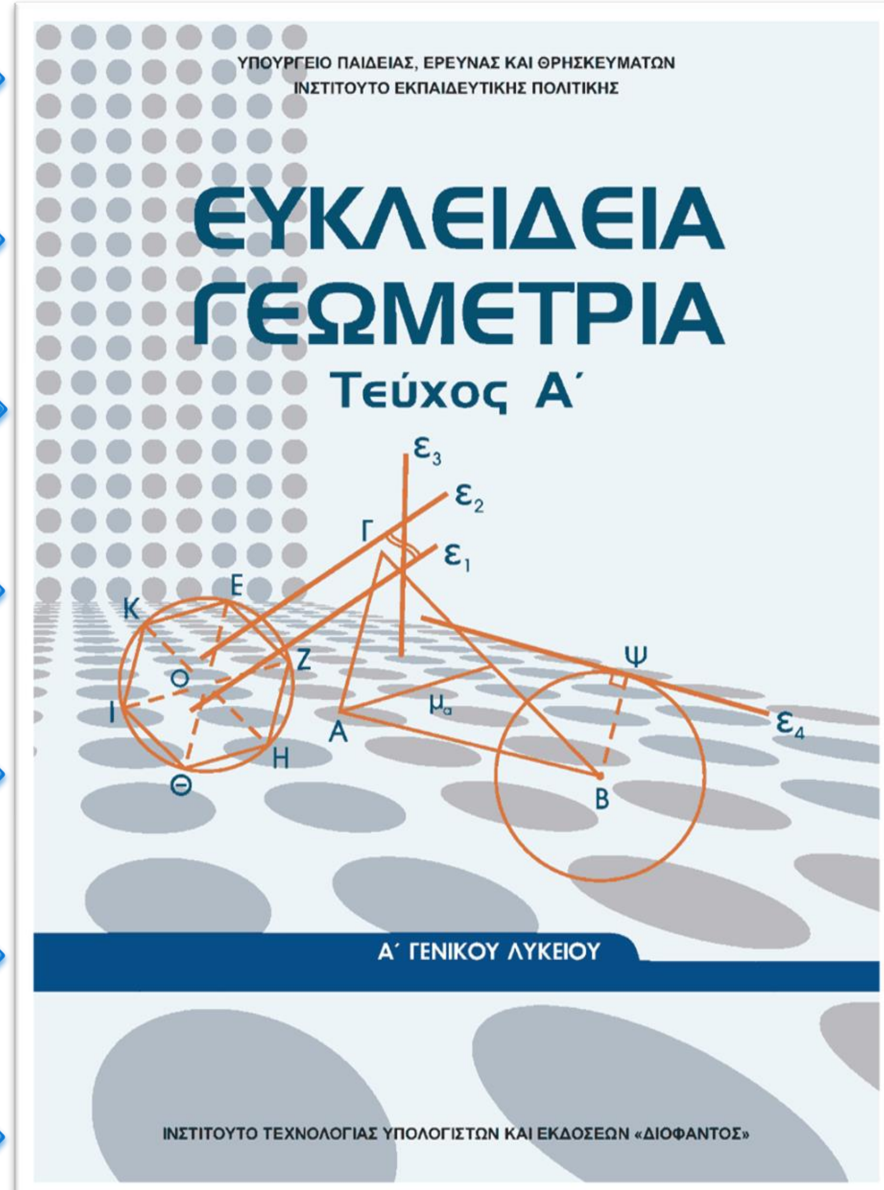
ΕΛ.Ι.Δ.Ε.Κ.
Ελληνικό Ίδρυμα Έρευνας & Καινοτομίας

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν Πανεπιστήμιον Αθηνών
ΙΔΡΥΘΕΝ ΤΟ 1837

Delements

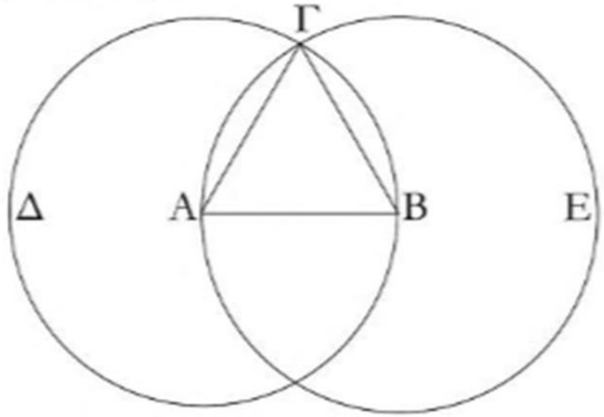




από τον Ευκλείδη…στο Ι.Ε.Π

α΄.

Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.



Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ ΑΒ.

Δεῖ δὴ ἐπὶ τῆς ΑΒ εὐθείας τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

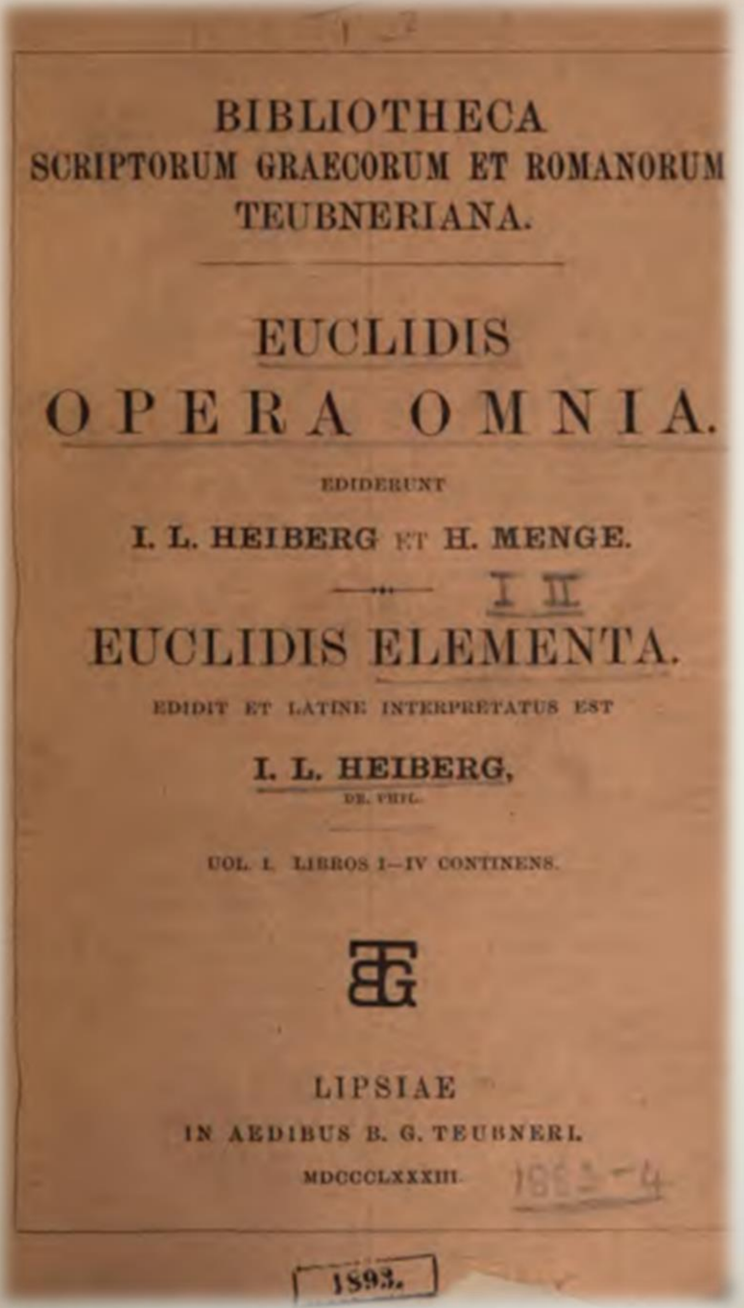
Κέντρῳ μὲν τῷ Α διαστήματι δὲ τῷ ΑΒ κύκλος γεγράφθω ὁ ΒΓΔ, καὶ πάλιν κέντρῳ μὲν τῷ Β διαστήματι δὲ τῷ ΒΑ κύκλος γεγράφθω ὁ ΑΓΕ, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ σημείου, καθ᾽ ὃ τέμνουσιν ἀλλήλους οἱ κύκλοι, ἐπί τὰ Α, Β σημεῖα ἐπεζεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ ΓΑ, ΓΒ.

Καὶ ἐπεὶ τὸ Α σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΔΒ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΑΒ· πάλιν, ἐπεὶ τὸ Β σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΑΕ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΒΑ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΓΑ τῇ ΑΒ ἴση· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΓΑ, ΓΒ τῇ ΑΒ ἐστιν ἴση. τὰ δὲ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα· καὶ ἡ ΓΑ ἄρα τῇ ΓΒ ἐστιν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ΓΑ, ΑΒ, ΒΓ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον. καὶ συνέσταται ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τῆς ΑΒ. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Οι πρωτογενείς ιστορικές πηγές παρέχουν μια *αλλαγή σκηνικού* *(dépaysement)* έχοντας ως αποτέλεσμα την τοποθέτηση των μαθητών σε ξένο έδαφος.

Αυτός ο ρόλος *αποπροσανατολισμού* της Ιστορίας των Μαθηματικών θεωρείται ως μια από τις πιο σημαντικές λειτουργίες της ΙΜ στη Μαθηματική Εκπαίδευση.


BIBLIOTHECA
SCRIPTORUM GRAECORUM ET ROMANORUM
TEUBNERIANA.

EUCLIDIS
OPERA OMNIA.

EDIDERUNT
I. L. HEIBERG ET H. MENGE.

I II

EUCLIDIS ELEMENTA.

EDIDIT ET LATINE INTERPRETATUS EST
I. L. HEIBERG,
DR. PHIL.

VOL. I. LIBROS I—IV CONTINENS.

LIPSIAE
IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.
MDCCCLXXXIII.

1893.

Τα *Στοιχεία* του Ευκλείδη μπορούν να διαβαστούν ως οδηγίες στην κατασκευή:

ενός ισοπλεύρου τριγώνου (I.1)

διχοτόμου γωνίας (I.9)

διχοτόμησης ευθυγράμμου τμήματος (I.10)

κάθετης σε σημείο μιας ευθείας (I.11)

κάθετης σε ευθεία από σημείο εκτός αυτής (I.12)

παράλληλης σε ευθεία από σημείο εκτός αυτής (I.31)

εφαπτομένης από σημείο εκτός του κύκλου (III.17)

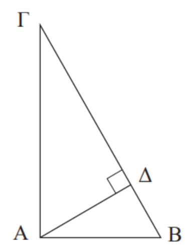
εγγεγραμμένου κύκλου τριγώνου (IV.4)

περιγεγραμμένου κύκλου τριγώνου (IV.5)

9.2 Το Πυθαγόρειο θεώρημα

ΘΕΩΡΗΜΑ Ι

Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο μιας κάθετης πλευράς του είναι ίσο με το γινόμενο της υποτείνουσας επί την προβολή της πλευράς αυτής στην υποτείνουσα.



Σχήμα 2

ΑΠΟΔΕΙΞΗ

Έστω λοιπόν ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ και Δ η προβολή της κορυφής Α στην υποτείνουσα ΒΓ. Θέλουμε να αποδείξουμε ότι $\boxed{\mathbf{AB^2 = B\Gamma \cdot B\Delta}}$ **και** $\boxed{\mathbf{A\Gamma^2 = B\Gamma \cdot \Gamma\Delta}}$.

Για την πρώτη σχέση αρκεί να αποδείξουμε ότι $\dfrac{AB}{B\Delta} = \dfrac{B\Gamma}{AB}$, δηλαδή ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΒΑ είναι όμοια, το οποίο ισχύει αφού $\hat{A} = \hat{\Delta} = 1\llcorner$ και η $\hat{B}$ είναι κοινή. Όμοια αποδεικνύεται και η σχέση $A\Gamma^2 = B\Gamma \cdot \Gamma\Delta$.

ΘΕΩΡΗΜΑ ΙΙ (Πυθαγόρειο)

Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το άθροισμα των τετραγώνων των κάθετων πλευρών του είναι ίσο με το τετράγωνο της υποτείνουσας.

ΑΠΟΔΕΙΞΗ

Θέλουμε δηλαδή (σχ.2) να αποδείξουμε ότι

$$\mathbf{AB^2 + A\Gamma^2 = B\Gamma^2 \text{ ή } \alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2}$$

Σύμφωνα με το προηγούμενο θεώρημα έχουμε:

$$\boxed{AB^2 = B\Gamma \cdot B\Delta} \quad \text{και} \quad \boxed{A\Gamma^2 = B\Gamma \cdot \Gamma\Delta}.$$

Με πρόσθεση των ισοτήτων κατά μέλη προκύπτει ότι:

$$AB^2 + A\Gamma^2 = B\Gamma \cdot B\Delta + B\Gamma \cdot \Gamma\Delta =$$

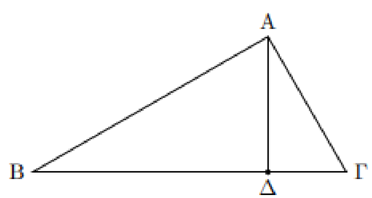
$$B\Gamma(B\Delta + \Gamma\Delta) = B\Gamma \cdot B\Gamma = B\Gamma^2.$$

F΄.η΄

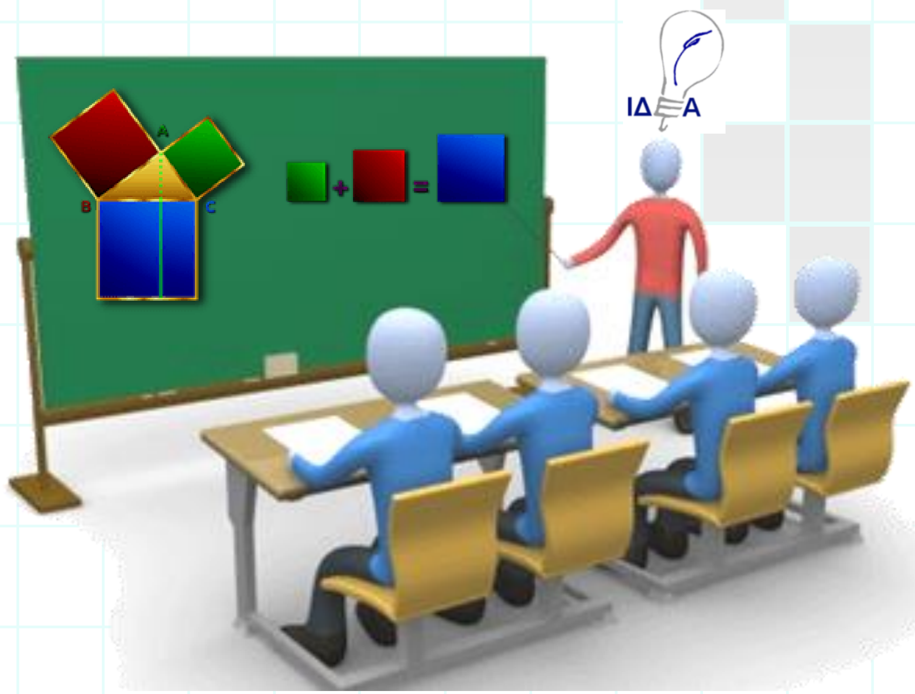
Ἐὰν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ, τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.

Ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ ΑΒΓ ὀρθὴν ἔχον τὴν ὑπὸ ΒΑΓ γωνίαν, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὴν ΒΓ κάθετος ἡ ΑΔ· λέγω, ὅτι ὅμοιόν ἐστιν ἑκάτερον τῶν ΑΒΔ, ΑΔΓ τριγώνων ὅλῳ τῷ ΑΒΓ καὶ ἔτι ἀλλήλοις.

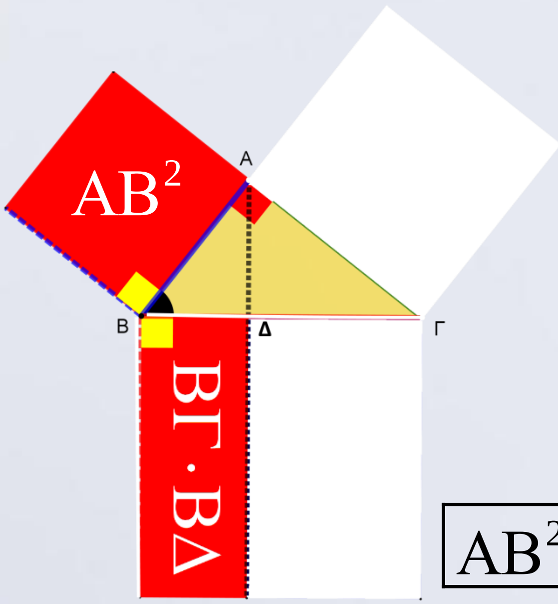
Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ



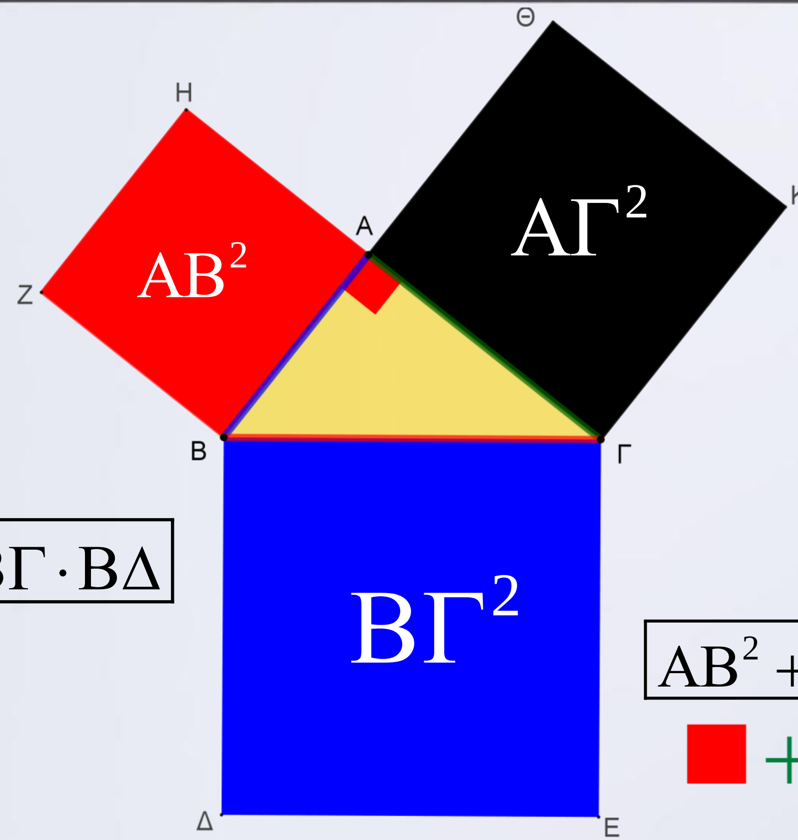
τῇ ὑπὸ ΑΔΒ· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· καὶ κοινὴ τῶν δύο τριγώνων τοῦ τε ΑΒΓ καὶ τοῦ ΑΒΔ ἡ πρὸς τῷ Β, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΒ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΒΑΔ ἐστιν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΒΔ τριγώνῳ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΓ ὑποτείνουσα τὴν ὀρθὴν τοῦ ΑΒΓ τριγώνου πρὸς τὴν ΒΑ ὑποτείνουσαν τὴν ὀρθὴν τοῦ ΑΒΔ τριγώνου, οὕτως αὐτὴ ἡ ΑΒ ὑποτείνουσα τὴν πρὸς τῷ Γ γωνίαν τοῦ ΑΒΓ τριγώνου πρὸς τὴν ΒΔ ὑποτείνουσαν τὴν ἴσην τὴν ὑπὸ ΒΑΔ τοῦ ΑΒΔ τριγώνου, καὶ ἔτι ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΑΔ ὑποτείνουσαν τὴν πρὸς τῷ Β γωνίαν κοινὴν τῶν δύο τριγώνων. τὸ ΑΒΓ ἄρα τρίγωνον τῷ ΑΒΔ τριγώνῳ ἰσογώνιόν τέ ἐστι καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει. ὅμοιον ἄρα [ἐστὶ] τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΒΔ τριγώνῳ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ τῷ ΑΔΓ τριγώνῳ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον· ἑκάτερον ἄρα τῶν ΑΒΔ, ΑΔΓ [τριγώνων] ὅμοιόν ἐστιν ὅλῳ τῷ ΑΒΓ.



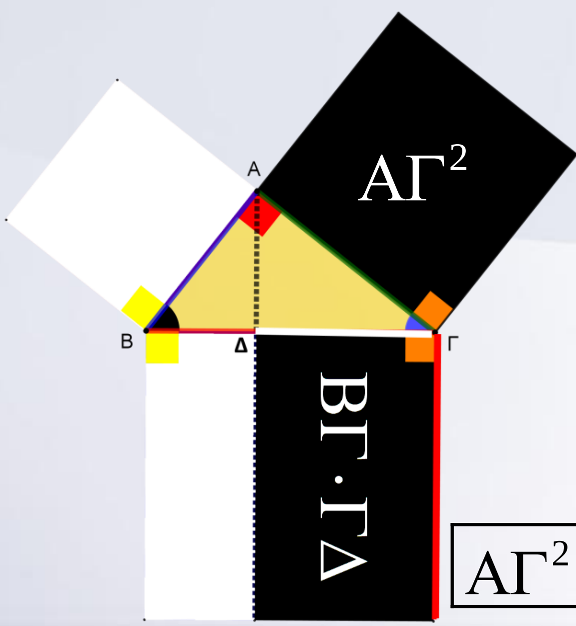
I.47



$$\boxed{AB^2 = B\Gamma \cdot B\Delta}$$



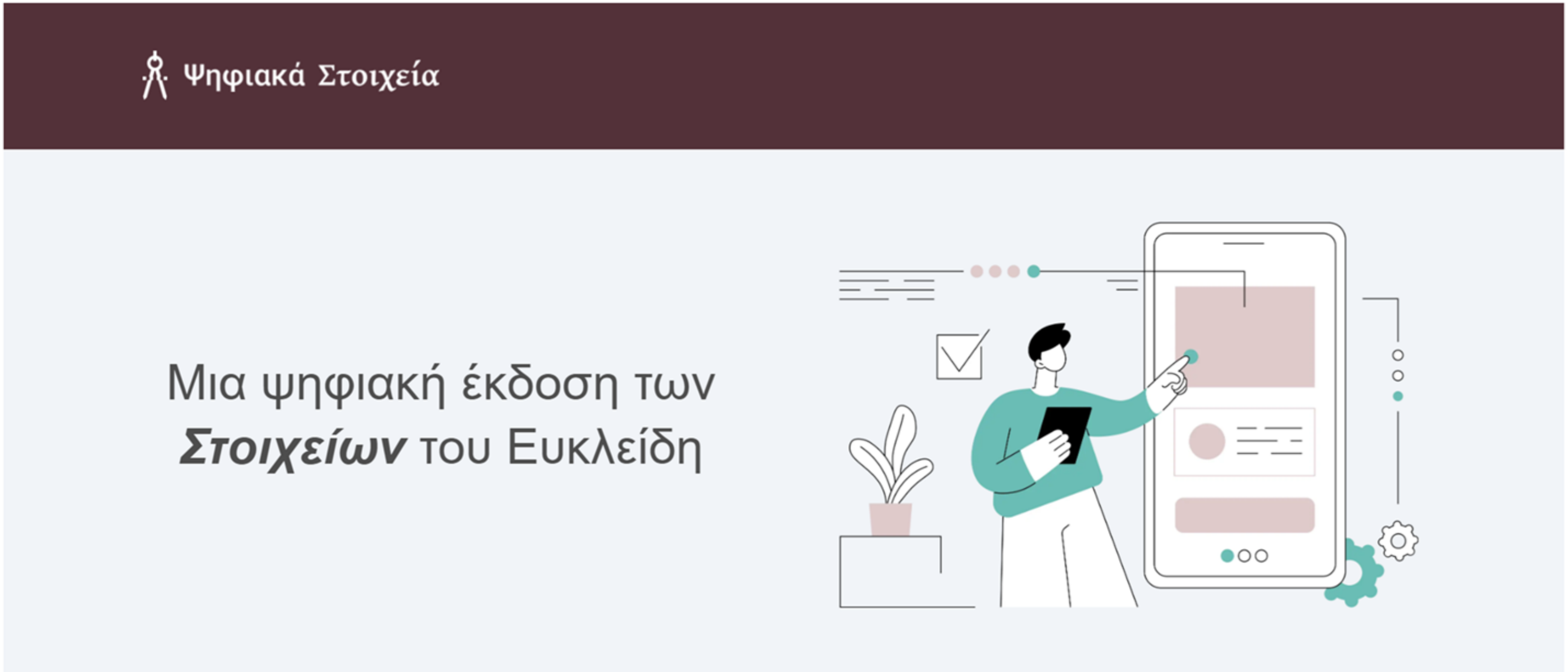
$$\boxed{AB^2 + A\Gamma^2 = B\Gamma^2}$$



$$\boxed{A\Gamma^2 = B\Gamma \cdot \Gamma\Delta}$$

I.47.ggb

https://delements.phs.uoa.gr/



Google Play

Παιχνίδια Εφαρμογές Ταινίες Βιβλία Παιδικά

Delements

DataWise Data Engineering

5+
Λήψεις

PEGI 3

Εγκατάσταση

Κοινοποίηση

Προσθήκη στη λίστα επιθυμιών