



ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΜΑΘΗΤΩΝ ΔΙΑΧΡΟΝΙΚΑ

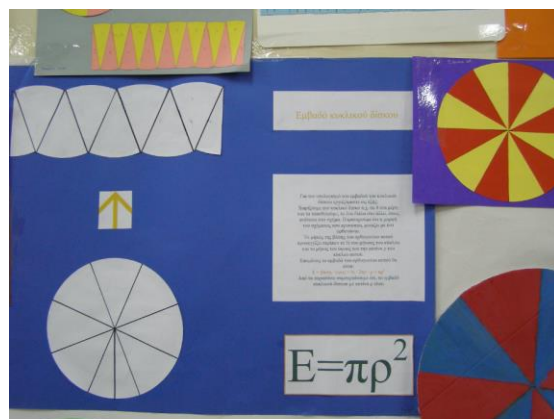
- Μαθηματικά: Δρ. Σταυρούλα Πατσιομίτου

- Το έργο αυτό και η παρουσιάσή του έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον από διδακτικής, μαθησιακής και ψυχολογικής άποψης: **πώς άρχισε , πώς εξελίχθηκε, πώς παρουσιάστηκε.** Ποιες ήταν οι λέξεις και φράσεις από την πλευρά μου που υποκίνησαν το ενδιαφέρον των παιδιών, ποια σημεία της διδασκαλίας προκάλεσαν αυτό που λέμε «έμπνευση». Γιατί ακόμα και αν προσπαθήσουμε να μειώσουμε την αξία των κατασκευών, ισχυριζόμενοι ότι «υπάρχουν παρόμοια» στο διαδίκτυο, πάντα θα υπάρχει ένα στοιχείο σε κάθε εργασία που **δείχνει την πρωτοτυπία μίας ιδέας που επαναλαμβάνεται σε όλα τα έργα των παιδιών.**



Ενδεικτική
εικόνα από
την Έκθεση
εργασιών των
μαθητών μου
(2ο Γυμνάσιο
Νέας
Φιλαδέλφειας
, 12-04-2006)

- Ενδεικτική μοντελοποίηση του εμβαδού κύκλου από μαθητές μου (2ο Γυμνάσιο Νέας Φιλαδέλφειας, 12-04-2006)



οί φάσκοντες οὐδὲν λέγειν τὰς μαθηματικὰς ἐπιστήμης, περὶ καλοῦ ἢ ἀγαθοῦ ψεύδονται, τοῦ δὲ καλοῦ μέγιστα εἶδη τάξιν, καὶ συμμετρίαν, καὶ τὸ ὁριζόμενον, αὐτοὶ μάλιστα δεκνόνουσιν αἱ μαθηματικαὶ ἐπιστήμηαι, καὶ ἐκεῖ γε πολλῶν αἰτία φαίνεται ταῦτα (λέγω δ' οὖν τὴν τάξιν, καὶ τὸ ὁριζόμενον).

Αριστοτέλους Μεταφυσικά 1078 α 30

Μαθαίνω μαθηματικά σημαίνει Κάνω μαθηματικά

Σταυρούλα Πατισιομίτου

Συνδέονται τα Μαθηματικά με την Αισθητική, με την Τέχνη, με την Τεχνολογία. Πόσο σημαντικό είναι να γνωρίζουμε την Ιστορία τους; Τα μαθηματικά έχουν σχέση με την πραγματικότητα ή είναι μόνο ένα σύνολο κανόνων και τύπων;

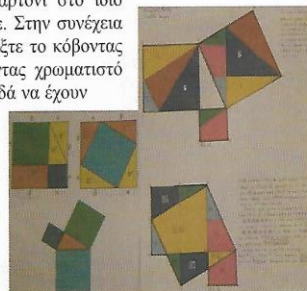
Όπως διαβάζουμε στο αρχαίο κείμενο ο μεγάλος φιλόσοφος Αριστοτέλης έλεγε : αυτοί που ισχυρίζονται ότι οι μαθηματικές επιστήμες δεν αναφέρουν τίποτα για το καλό ή το ωραίο κάνουν λάθος...Του καλού τα είδη (οι κατηγορίες) είναι η τάξη και η συμμετρία και το ὁριζόμενον (συγκεκριμένο) Αυτά κυρίως οι μαθηματικές επιστήμες φανερώνουν και αυτά φαίνεται να είναι τα κύρια αίτια για πολλά.

Σαν απάντηση στα ερωτήματα που θέσαμε στη συνέχεια, θα παρουσιάσουμε κάποιες εργασίες μαθητών της Β' και Γ' τάξης του 2^{ου} Γυμνασίου Ν. Φιλαδέλφειας. Οι εργασίες έγιναν στην διάρκεια της περυσινής σχολικής χρονιάς και στο τέλος διοργανώθηκε και μια έκθεση. Η πρώτη εργασία είχε καθοριστεί για τις διακοπές των Χριστουγέννων. Οι εργασίες της Γ' Γυμνασίου περιελάμβαναν τις κατασκευές των γεωμετρικών αναπαραστάσεων των ταυτοτήτων και παραγοντοποιημένων μορφών τριωνύμων αλλά και την περιγραφή της διαδικασίας κατασκευής με μαθηματικούς όρους. Οι εργασίες της Β' Γυμνασίου την γεωμετρική ερμηνεία του Πυθαγορείου θεωρήματος με διαφορετικές αποδεικτικές διαδικασίες που διδάχθηκαν ή θα ειρρίσκαν στο διαδίκτυο. Η τελευταία εργασία των μαθητών της Β' Γυμνασίου κοντά στο Πάσχα, ήταν σχετική με τον διαχωρισμό του κυκλικού δίσκου σε ίσους κυκλικούς τομείς και την επαναδιάταξη τους με στόχο να υπολογιστεί το εμβαδόν του, ως εμβαδόν ορθογώνιου.

Το αποτέλεσμα δικαίωσε τους κόπους των παιδιών. Τι πιο σημαντικό από το να καταλάβουμε το νόημα των μαθηματικών! Ας κάνουμε όμως κάποιες περιγραφές εργασιών. Διαβάστε προσεκτικά παρακάτω και κάντε και σεις τις ίδιες ή και παρόμοιες κατασκευές

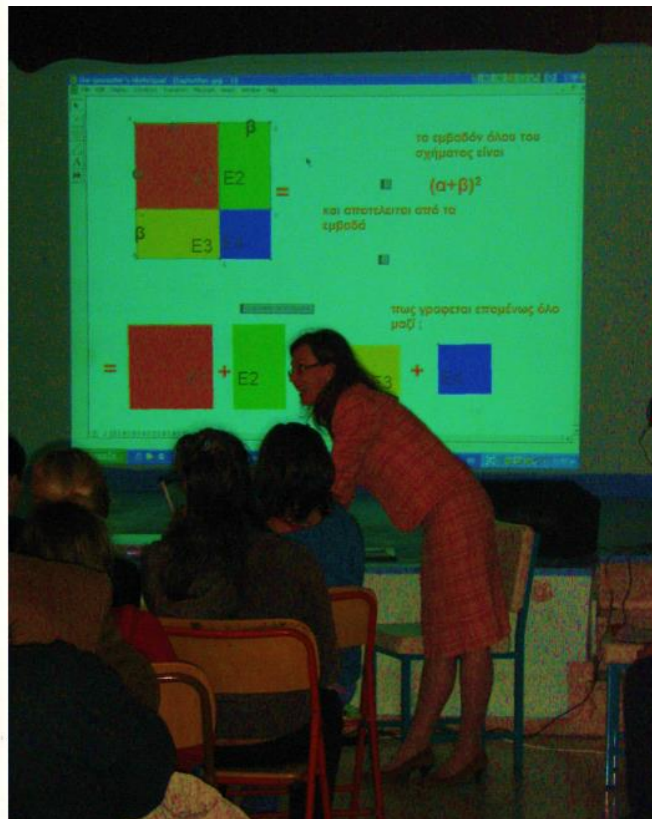
Στην εικόνα δεξιά βλέπουμε την κατασκευή του Πυθαγορείου θεωρήματος. Στην αριστερή εικόνα, η κατασκευή έγινε μέσω της ζωγραφικής στον υπολογιστή¹. Η κατασκευή δεξιά έγινε στο χέρι με ψαλίδι και χαρτόνι από τον μαθητή **Β. Αμουργιανό**. Για τον δεύτερο τρόπο, πάρτε ένα μεγάλο χαρτί μεγέθους Α3 ή χαρτόνι στο ίδιο μέγεθος. Σχεδιάστε πάνω του τα σχήματα που θέλετε. Στην συνέχεια αποτιπώστε το σε ένα διάφανο χαρτί και επαναδιατάξτε το κόβοντας με το ψαλίδι. Παίξτε με τα χρώματα χρησιμοποιώντας χρωματιστό χαρτόνι ή κόλλες. Προσέξτε ώστε τα ισοδύναμα εμβαδά να έχουν το ίδιο χρώμα. Στη συνέχεια περιγράψτε την διαδικασία κατασκευής και εξηγήστε την απόδειξη.

Οι εργασίες στην εικόνα κάτω είναι μαθητών Γ' Γυμνασίου που εργάστηκαν ομαδικά. Το ερώτημα ήταν πως μπορούμε να αναπαραστήσουμε γεωμετρικά τις ταυτότητες και τα τριώνυμα και να δώσουμε σχηματικά την παραγοντοποιημένη μορφή τους. Φτάνει να καταλάβουμε το εξής: Ότι οι

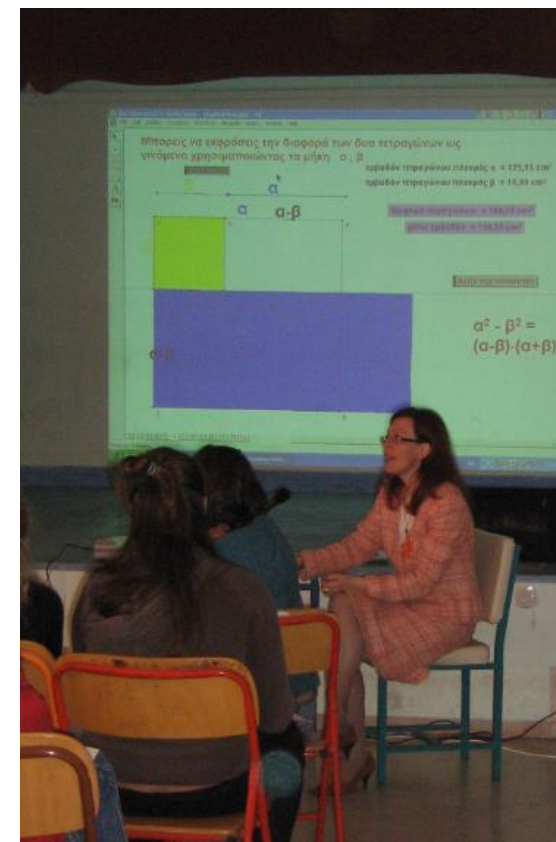


¹ Η απόδειξη είναι διατυπωμένη στο σχολικό βιβλίο

- Άρθρο στο περιοδικό Ευκλείδης Α' της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας (τ.62, Οκτώβριος 2006).



- Ενδεικτικά στιγμιότυπα από τη δειγματική διδασκαλία (15ο Γυμνάσιο Αθηνών, 7-12-2006)



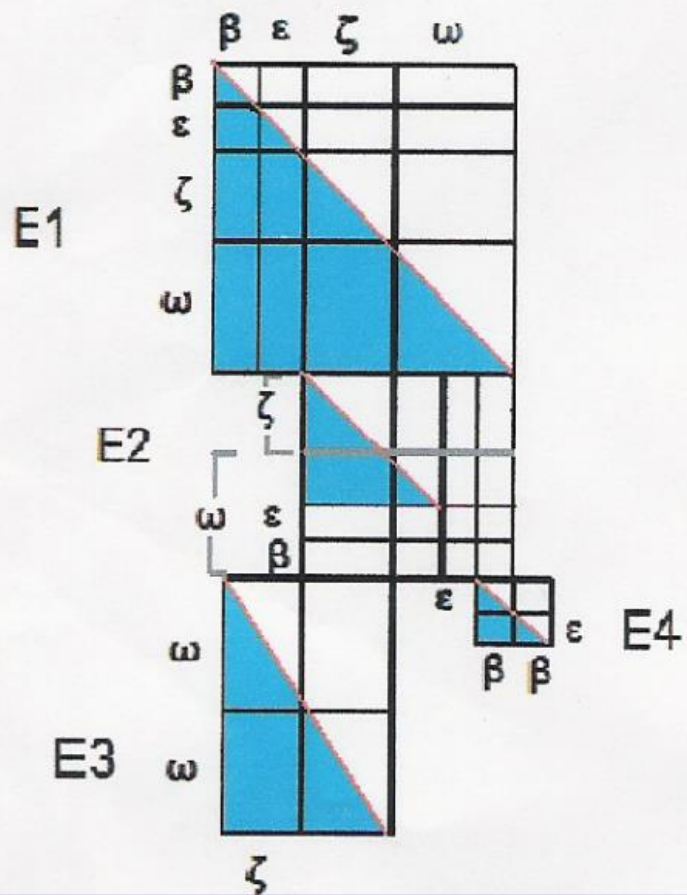


- Στάδια ανεστραμμένης τάξης (Estes, Ingram, & Liu, 2014) (Προσαρμογή της εικόνας για την παρούσα εργασία) (ιστοσελίδα)

- <https://www.hetl.org/a-review-of-flipped-classroom-research-practice-and-technologies/>

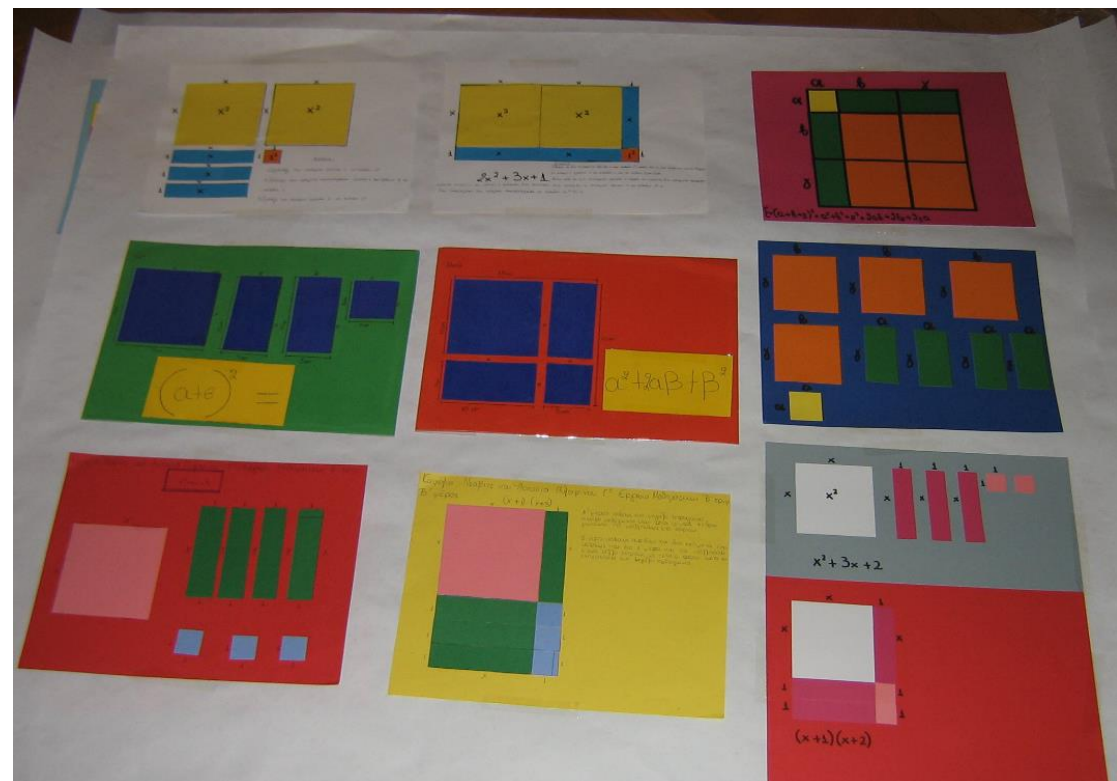
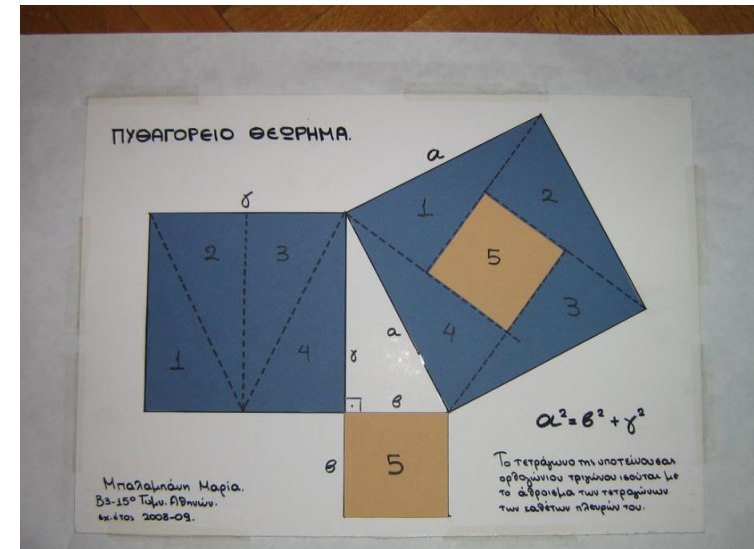
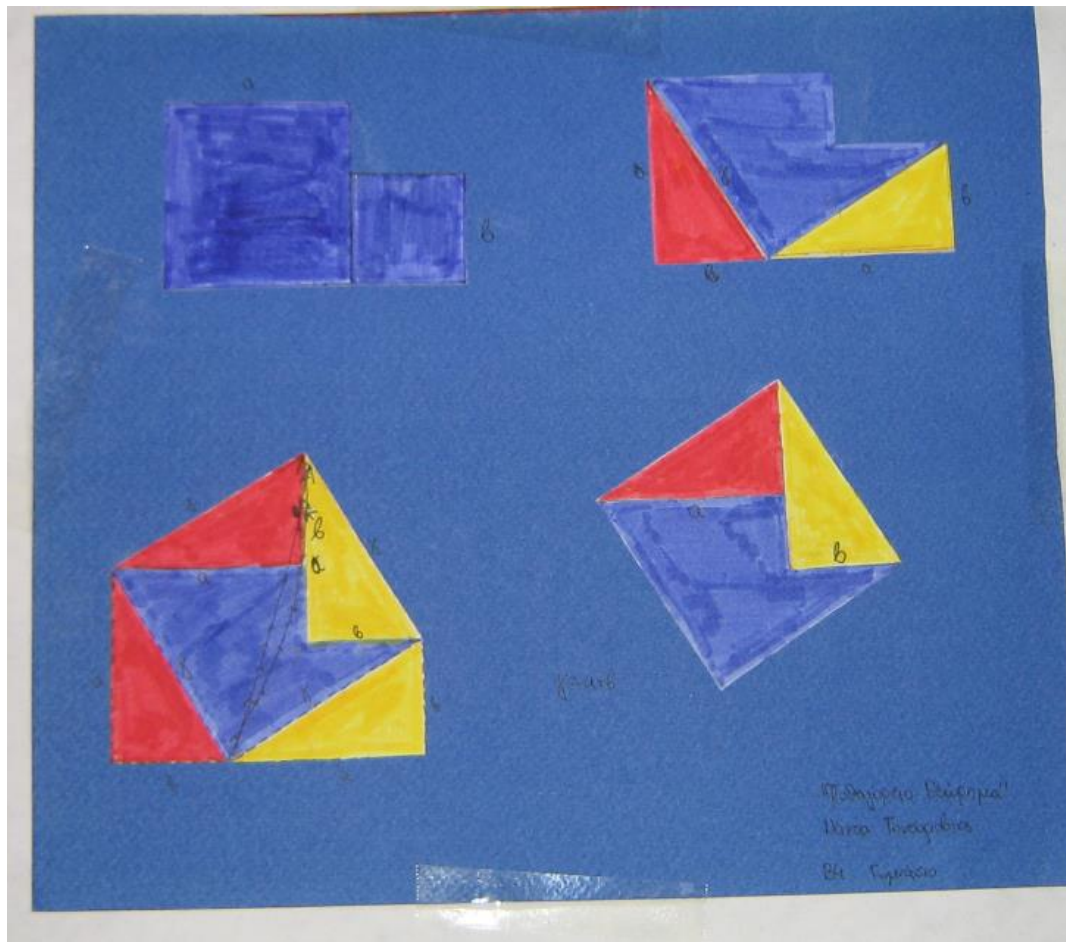
Bergmann, J. & Sams, A. (2012). *Flip your classroom: Reach every student in every class every day*. Washington, DC: ISTE; & Alexandria, VA: ASCD.

Estes, M. D., Ingram, R., & Liu, J. C. (2014). A review of flipped classroom research, practice, and technologies. *International HETL Review*, Volume 4, Article 7, URL: <https://www.hetl.org/feature-articles/a-review-of-flipped-classroom-research-practice-and-technologies>



- Μοντελοποίηση του Χρήστου Τσιούρη, Α' Τάξη του 15ου Λυκείου Αθηνών, (2-3-2007).

- Επιστροφή των μαθητών μου της Β' τάξης του 15ου Γυμνασίου Αθηνών σε συνεργασία, κάνοντας χρήση των 3 σχημάτων πλακιδίων (tiles)



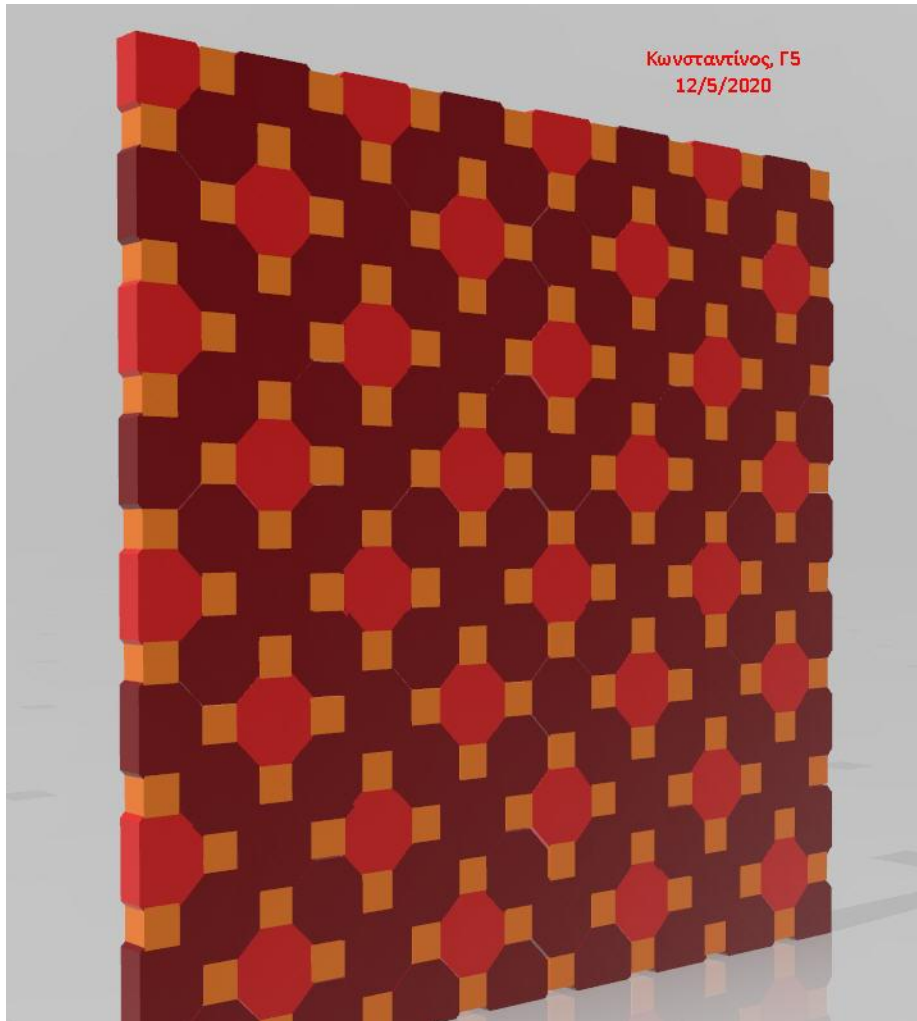


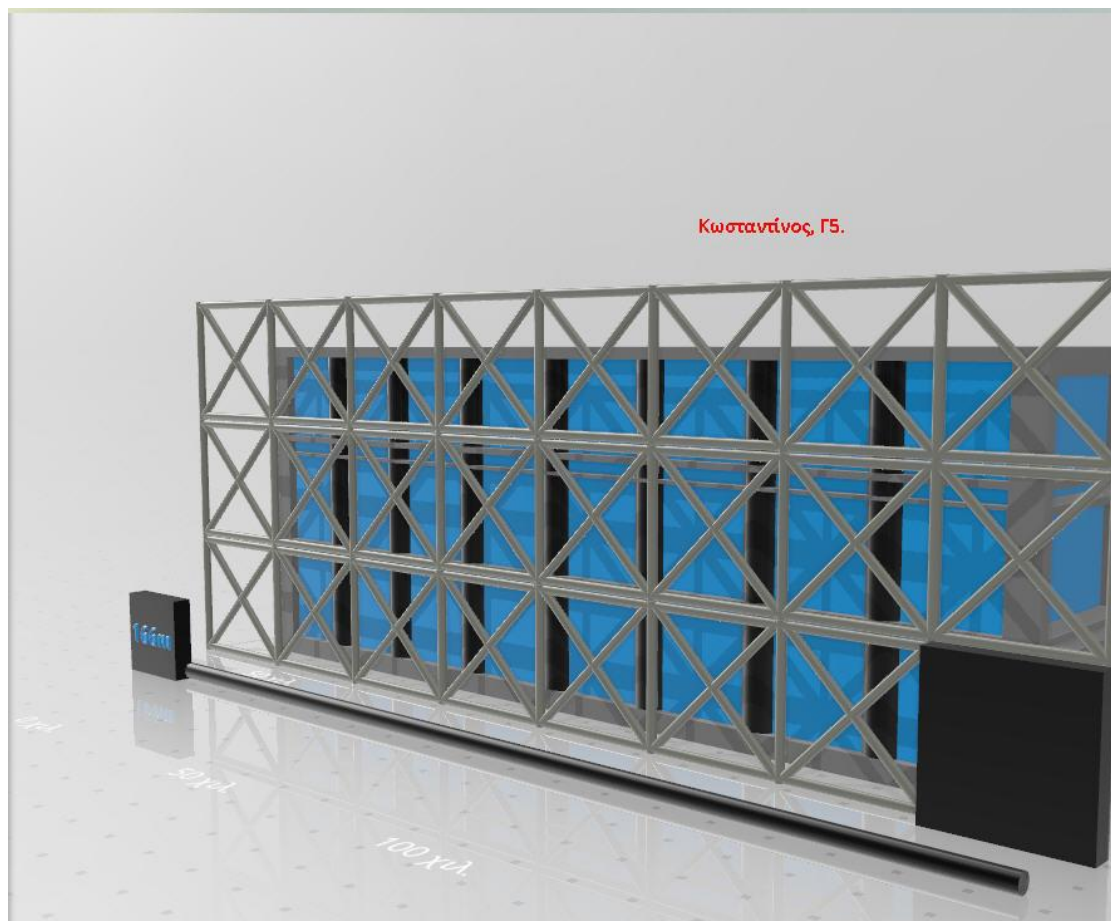
Ενδεικτικά στιγμιότυπα από τη δειγματική διδασκαλία με μαθητές μου,
όλων των τάξεων(15ο Γυμνάσιο Αθηνών, 12-5-2009)



Δειγματική διδασκαλία με συμπερίληψη όλων των μαθητών στη μαθησιακή και διδακτική διαδικασία

Ενδεικτικές μοντελοποιήσεις μαθητών στο 3D Builder





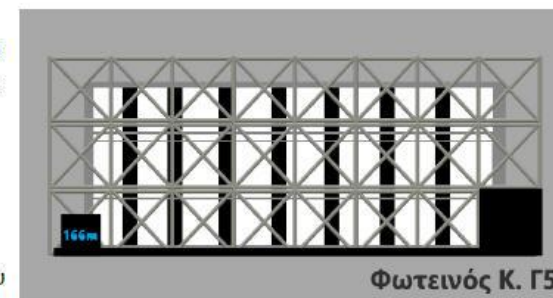
Μαθητής : Φωτεινός Κωνσταντίνος Γ5 65

Εργασία : Πρότυπο προβλήματος σχετιζόμενο με το Κέντρο Πομπιντού

Εκφώνηση :

Υποθέτοντας πως το σχήμα αποτελείται από τετράγωνα όμοια του μαύρου και πως το μήκος της πλευράς του κτηρίου ισούται με 166 m [αληθινό μέγεθος 166.4m] να βρείτε τις παρακάτω τιμές :

- Το μήκος της πλευράς κάθε τετραγώνου
- Την περίμετρο του κάθε τετραγώνου
- Το εμβαδόν του κάθε τετραγώνου
- Το μήκος της διαγωνίου του



Επίλυση :

α. Το μήκος της κάθε πλευράς του τετραγώνου ισούται με το συνολικό μήκος του σχήματος προς τον αριθμό των τετραγώνων που εφάπτονται με την πλευρά .

$$\Delta\eta\lambda\alpha\delta\acute{\eta} : M_{\text{τετρ}} = M_{\text{ολ}} / \text{αριθμός}_{\text{τετρ}} \Leftrightarrow M_{\text{τετρ}} = 166 / 8 \text{ m} \Leftrightarrow M_{\text{τετρ}} = 20.75 \text{ m}$$

β. Η περίμετρος του κάθε τετραγώνου ισούται με το άθροισμα των πλευρών του ή το γινόμενο του μήκους της μίας επί τον αριθμό τέσσερα .

$$\Delta\eta\lambda\alpha\delta\acute{\eta} : \Pi_{\text{τετρ}} = M_{\text{τετρ}} \times 4 \text{ m} \Leftrightarrow \Pi_{\text{τετρ}} = 20.75 \times 4 = 83 \text{ m}$$

γ. Το εμβαδόν του κάθε τετραγώνου ισούται με το τετράγωνο των πλευρών του .

$$\Delta\eta\lambda\alpha\delta\acute{\eta} : E_{\text{τετρ}} = M_{\text{τετρ}}^2 \text{ m}^2 \Leftrightarrow E_{\text{τετρ}} = 20.75^2 \text{ m}^2 \sim 430 \text{ m}^2$$

δ. Εφαρμόζουμε πυθαγόρειο θεώρημα [σημειώνουμε ότι $ΑΓ = ΒΓ$] :

$$ΑΒ^2 = ΒΓ^2 + ΑΓ^2 \Leftrightarrow ΑΒ^2 = (2ΒΓ^2 \text{ ή } 2ΑΓ^2) \Leftrightarrow x^2 = 2 \times 20.75^2 \Leftrightarrow x^2 \sim 2 \times 430 \Leftrightarrow x^2 \sim 860 \Leftrightarrow x \sim \sqrt{860} \text{ m} \Leftrightarrow x \sim 29.33 \text{ m}$$

Φωτεινός, Κ. (Γ5) -(2019-20)
Επίβλεψη: Δρ. Πατσιομίτου

Εφαρμόζουμε διακρίνουσα :

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 49 - 4 \times 1 \times 6 = 49 - 24 = 25$$

$$\chi_1 = (-\beta + \sqrt{\Delta}) / 2\alpha = (-7 + \sqrt{25}) / (2 \times 1) = (-7 + 5) / (2) = (-2) / 2 = -1$$

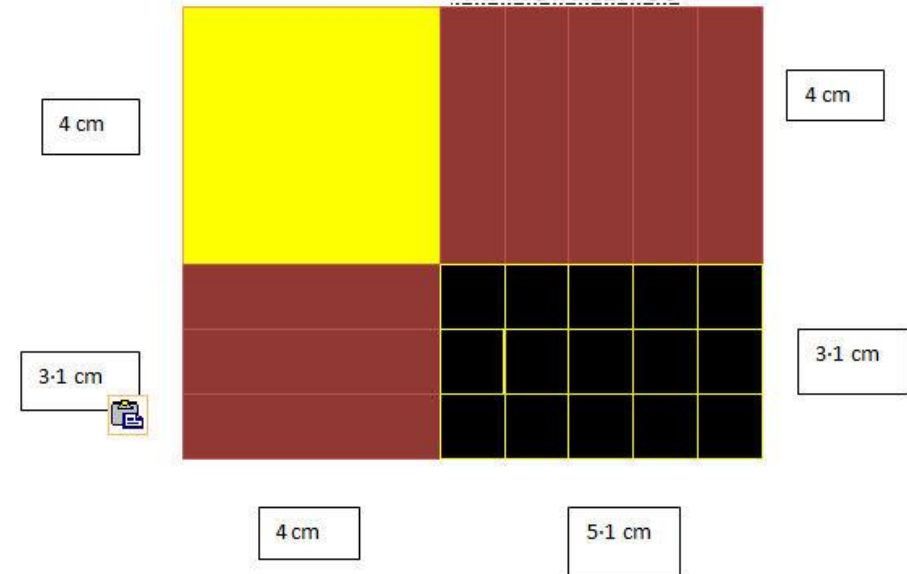
$$\chi_2 = (-\beta - \sqrt{\Delta}) / 2\alpha = (-7 - \sqrt{25}) / (2 \times 1) = (-7 - 5) / (2) = (-12) / (2) = -6$$

Αλγεβρική παραγοντοποίηση : $(\chi + 1)(\chi + 6)$

Φωτεινός Κωνσταντίνος Γ5



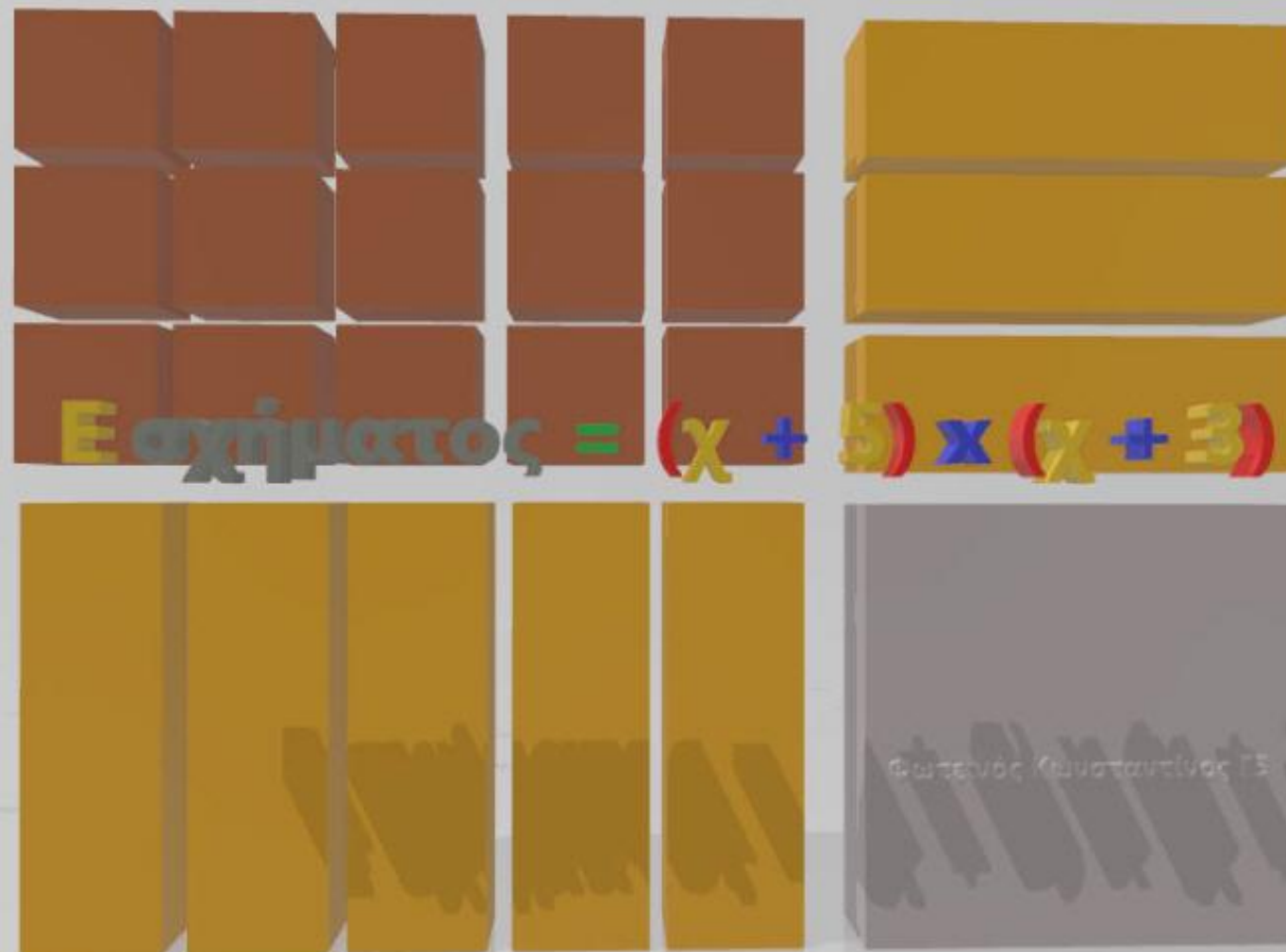
ΑΝΑΚΟΙΝΩΣΗ 55



$$\text{ΕΜΒΑΔΟΝ ΣΧΗΜΑΤΟΣ} = (5+4) \cdot (3+4) = 9 \cdot 7 = 63 \text{ cm}^2$$

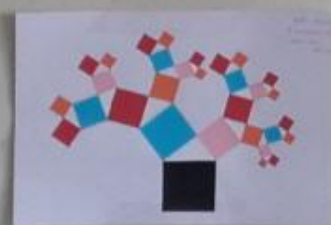
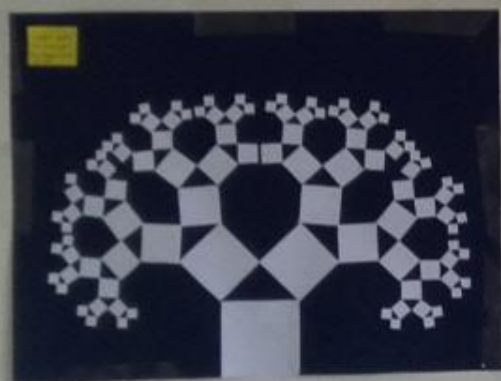
Δελαγραμμάτσας, Κ. (Β2) -(2019-20)
Επίβλεψη: Δρ. Πατσιομίτου

Φωτεινός, Κ. (Γ5)
2019-20
Επίβλεψη: Δρ. Πατσιομίτου



Φωτεινός Κωνσταντίνος Γ5

Ενδεικτικές εργασίες μαθητών/-
τριών
Β και Γ τάξης
στο Πυθαγόρειο δένδρο
Δρ. Σ. Πατσιομίτου



- **Πατσιομίτου, Σ. (2021).** Δημιουργικότητα και δεξιότητες στα μαθηματικά. Αυτό έκδοση. ISBN: 978-618-00-3221-5.
<https://www.academia.edu/51047627/>
- **Πατσιομίτου, Σ. (2012)** Διδακτικές Προτάσεις: Τα Μαθηματικά στον Πραγματικό Κόσμο. Αυτό έκδοση. ISBN 978-960-93-4456. <https://www.academia.edu/3517291/>
- **Πατσιομίτου, Σ. (2009/2010)** Μαθαίνω Μαθηματικά με το Geometer's Sketchpad v4. Εκδόσεις Κλειδάριθμος. Τόμος Α . ISBN:978-960-461-308-3(263 σελίδες)
- **Πατσιομίτου, Σ. (2009/2010)** Μαθαίνω Μαθηματικά με το Geometer's Sketchpad v4. Εκδόσεις Κλειδάριθμος. Τόμος Β. ISBN:978-960-461-309-0 (254 σελίδες)
- **Πατσιομίτου, Σ. (2020α)** Διδακτική των Μαθηματικών Ι: Συνδεδεμένες Οπτικές Ενεργές Αναπαραστάσεις. Εκδόσεις «Ανατολικός».Αθήνα ISBN: 978-618-5136-46-8 .

Το βιβλίο διανέμεται δωρεάν ηλεκτρονικά, μέσω διαδικτύου στον ακόλουθο σύνδεσμο

<https://www.academia.edu/42019703/>

- **Πατσιομίτου, Σ. (2020γ).** Διδακτική και Διδασκαλία των Μαθηματικών: Από τη θεωρία στην πράξη με χρήση λογισμικών. Εκδόσεις Αγγελάκη. Αθήνα. ISBN: 978-960-616-155-1 (325 σελίδες)
- <https://www.academia.edu/43795275/>