



Όνομα: _____

Ημερομηνία: ___ / ___ / ___



Θεωρία

Αντιστρόφως ανάλογα ή αντίστροφα λέγονται δύο ποσά, στα οποία, όταν πολλαπλασιάζεται η τιμή του ενός ποσού με έναν αριθμό, η αντίστοιχη τιμή του άλλου διαιρείται με τον αριθμό αυτό.

Ιδιότητα αντιστρόφως ανάλογων ποσών

Στα αντιστρόφως ανάλογα ποσά τα γινόμενα των αντίστοιχων τιμών είναι ίσα με έναν σταθερό αριθμό..

παράδειγμα:

⇒ Ο αριθμός των εργατών με την ίδια απόδοση και ο χρόνος που χρειάζονται για να τελειώσουν ένα έργο είναι ποσά αντιστρόφως ανάλογα.

⇒ Η παροχή μιας βρύσης και ο χρόνος που χρειάζεται για να γεμίσει μια δεξαμενή είναι ποσά αντιστρόφως ανάλογα.

αριθμός εργατών	5	10	20
χρόνος (ημέρες) που τελειώνουν ένα έργο	60	30	15

Annotations: Blue arrows show multiplication from 5 to 10 (x2) and 10 to 20 (x2). Red arrows show division from 60 to 30 (:2) and 30 to 15 (:2).

$5 \cdot 60 = 10 \cdot 30 = 20 \cdot 15 = 300$
τα γινόμενα των αντίστοιχων τιμών είναι ίσα μεταξύ τους, όλα κάνουν 300, επομένως τα ποσά αριθμός εργατών και χρόνος (ημέρες) που τελειώνουν ένα έργο είναι **Αντιστρόφως ανάλογα**.

Προσοχή: στα αντιστρόφως ανάλογα ποσά θα πρέπει όλα τα ζεύγη των τιμών να έχουν το ίδιο γινόμενο. Αν έστω και ένα γινόμενο δεν είναι ίσο με τα άλλα, τα ποσά δεν είναι αντιστρόφως ανάλογα.



Ασκήσεις

1. Εξετάσετε τα παρακάτω ζευγάρια ποσών, και υπογραμμίστε τα αντιστρόφως ανάλογα:

- α) Ο αριθμός των ίδιων δοχείων που χρειαζόμαστε και η χωρητικότητά τους, για να συσκευάσω 1.000 λίτρα γάλα.
- β) Η βάση και το ύψος ενός ορθογώνιου τριγώνου με σταθερό εμβαδό.
- γ) Το μήκος και το πλάτος ενός ορθογώνιου με σταθερό εμβαδό.
- δ) Η ταχύτητα ενός αυτοκινήτου και ο χρόνος στον οποίο διανύει 200 χιλιόμετρα.
- ε) Το πλήθος των ίδιων σωλήνων και το μήκος τους για ύδρευση 100 μέτρων.
- στ) Το μήκος ενός ορθογώνιου και το εμβαδό του.
- ζ) Αριθμός εργατών και κόστος έργου.
- η) Ταχύτητα πλοίου και ώρες που ταξιδεύει για μια διαδρομή.
- θ) Ύψος και βάρος ενός ατόμου.
- ι) Μέγεθος και αξία σε οποιοδήποτε προϊόν
- ια) Ο αριθμός των εργατών ενός συνεργείου και οι ημέρες βαψίματος,
- ιβ) Ο αριθμός των κιλών και η αξία τους.
- ιγ). Ο αριθμός υπαλλήλων - ο χρόνος εξυπηρέτησης,

2. Να ελέγξεις αν τα παρακάτω ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα.

A	1	2	3	4	6
B	120	60	40	30	20

Γ	2	3	4	5	6
Δ	40	80	120	160	200

3. Αν τα παρακάτω ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα, συμπληρώνω τους πίνακες:

A	3	6		1	
B	16		24		96

Γ	0,2	0,5	2	4	8
Δ				16	

4. Ο Κος Χρήστος ξόδεψε 480 € για να αγοράσει τραπεζάκια για το καφενείο του. Συμπληρώνω την αξία που έχει το ένα τραπεζάκι αν αγόρασε:

- α) _____ δύο ίδια τραπεζάκια
 β) _____ τρία ίδια τραπεζάκια
 γ) _____ τέσσερα ίδια τραπεζάκια
 δ) _____ πέντε ίδια τραπεζάκια
 ε) _____ έξι ίδια τραπεζάκια



Τι παρατηρείς για το πλήθος των τραπεζιών σε σχέση με την αξία του ενός:

5. Για να μαζέψουν τις ελιές 3 εργάτες χρειάζονται 16 ημέρες. Σε πόσες ημέρες θα τελειώνει την ίδια δουλειά συνεργείο με 4,6,8,12 εργάτες που εργάζονται με τον ίδιο ρυθμό και να συμπληρώσεις τον πίνακα:

Αριθμός εργατών	3	4	6	8	12
Ημέρες εργασίας	16	12	8	6	4

6. Συμπληρώνω τα κενά: Ένα τρένο κινείται με σταθερή ταχύτητα 96 χιλιόμετρα την ώρα και φτάνει σε 40 λεπτά στον προορισμό του.

- α) Αν κινείται με τη διπλάσια ταχύτητα, τότε φτάνει στον _____ χρόνο, δηλαδή σε _____ λεπτά.
 β) Αν κινείται με τη μισή ταχύτητα, τότε φτάνει στον _____ χρόνο, δηλαδή σε _____ λεπτά.
 γ) Αν τετραπλασιαστεί ο χρόνος που κάνει, τότε κινείται με _____ χιλιόμετρα την ώρα.

Απαντήσεις

1.

- α) Ο αριθμός των ίδιων δοχείων που χρειάζομαι και η χωρητικότητά τους, για να συσκευάσω 1.000 λίτρα γάλα. (Αν διπλασιάσω τη χωρητικότητα των δοχείων θα χρειαστώ το μισό αριθμό δοχείων)
- β) Η βάση και το ύψος ενός ορθογώνιου τριγώνου με σταθερό εμβαδό.
- γ) Το μήκος και το πλάτος ενός ορθογωνίου με σταθερό εμβαδό.
- δ) Η ταχύτητα ενός αυτοκινήτου και ο χρόνος στον οποίο διανύει 200 χιλιόμετρα.
- ε) Το πλήθος των ίδιων σωλήνων και το μήκος τους για ύδρευση 100 μέτρων.
- στ) Το μήκος ενός ορθογωνίου και το εμβαδό του.
- ζ) Αριθμός εργατών και κόστος έργου.
- η) Ταχύτητα πλοίου και ώρες που ταξιδεύει για μια διαδρομή.
- θ) Ύψος και βάρος ενός ατόμου.
- ι) Μέγεθος και αξία σε οποιοδήποτε προϊόν
- ια) Ο αριθμός των εργατών ενός συνεργείου και οι ημέρες βαψίματος,
- ιβ) Ο αριθμός των κιλών και η αξία τους.
- ιγ). Ο αριθμός υπαλλήλων - ο χρόνος εξυπηρέτησης,

2. Τα Α και Β είναι αντίστροφα γιατί **τα γινόμενα των αντίστοιχων τιμών είναι όλα ίσα με 120.**

$$1 \cdot 120 = 2 \cdot 60 = 3 \cdot 40 = 4 \cdot 30 = 6 \cdot 20 = 120$$

Τα Γ και Δ ΔΕΝ είναι αντίστροφα γιατί **τα γινόμενα των αντίστοιχων τιμών τους ΔΕΝ είναι όλα ίσα**

$2 \cdot 40 = 80 \neq 3 \cdot 80 = 240$ (Δε χρειάζεται να ελέγξουμε όλα τα γινόμενα. Αφού βρήκαμε 2 ζεύγη με διαφορετικά γινόμενα καταλαβαίνουμε ότι δεν είναι αντίστροφα.)

Αντιστρόφως ανάλογα ή αντίστροφα ποσά

3.

Αφού τα ζεύγη Α-Β και Β-Γ είναι αντίστροφα τα γινόμενα των αντίστοιχων τιμών πρέπει να είναι όλα ίσα .

Για τα Α-Β πρέπει να είναι $3 \cdot 16 = 48$

A	3	6	2	1	0,5
B	16	8	24	48	96

Για τα Β-Γ πρέπει να είναι $4 \cdot 16 = 64$

Γ	0,2	0,5	2	4	8
Δ	320	128	32	16	8

4.

- α) 240 € δύο ίδια τραπεζάκια
β) 160€ τρία ίδια τραπεζάκια
γ) 120 € τέσσερα ίδια τραπεζάκια
δ) 96 € πέντε ίδια τραπεζάκια
ε) 80€ έξι ίδια τραπεζάκια

Παρατηρούμε ότι τα ποσά αξία ενός τραπεζιού - πλήθος τραπεζιών που αγοράζουμε με συγκεκριμένο ποσό είναι αντίστροφα , γιατί αν η αξία του τραπεζιού γίνει η μισή , αγοράζουμε διπλάσιο αριθμό τραπεζιών.

5. Τα ποσά Αριθμός εργατών και Ημέρες εργασίας είναι αντίστροφα. Επομένως τα γινόμενα των αντίστοιχων τιμών πρέπει να είναι όλα ίσα με $3 \cdot 16 = 48$

Αριθμός εργατών	3	4	6	8	12
Ημέρες εργασίας	16	12	8	6	4

6. α) Αν κινείται με τη διπλάσια ταχύτητα, τότε φτάνει στον μισό χρόνο, δηλαδή σε 20 λεπτά.

β) Αν κινείται με τη μισή ταχύτητα, τότε φτάνει στον διπλάσιο χρόνο, δηλαδή σε 80 λεπτά.

γ) Αν τετραπλασιαστεί ο χρόνος που κάνει, τότε κινείται με 24 χιλιόμετρα την ώρα.