

**Μαθηματικά**  
Κεφάλαιο 15 –

Παραγοντοποίηση φυσικών αριθμών

Όνομα: \_\_\_\_\_

Ημερομηνία: \_\_ / \_\_ / \_\_\_\_



Θεωρία

### Παραγοντοποίηση φυσικών αριθμών

Ένας σύνθετος αριθμός μπορεί να εκφραστεί και ως γινόμενο πρώτων αριθμών (γινόμενο πρώτων παραγόντων).

Μπορούμε να αναλύσουμε ένα σύνθετο αριθμό σε γινόμενο πρώτων παραγόντων με δύο τρόπους:

- A. με δεντροδιαγράμματα
- B. με διαδοχικές διαιρέσεις

#### Παράδειγμα

Παραγοντοποίησης:

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

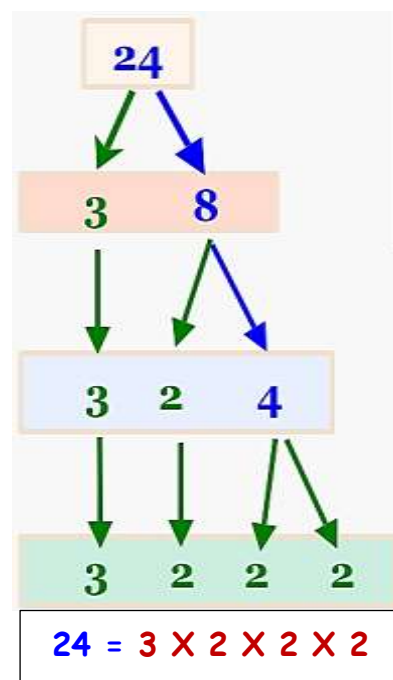
### A. Με δεντροδιαγράμματα

Ας πάρουμε τον αριθμό 24.

Βρίσκουμε δυο αριθμούς που να έχουν γινόμενο 24, ( $3 \cdot 8$  ή  $2 \cdot 12$  ή  $4 \cdot 6$ ) και τους γράφουμε κάτω από το 24.

Ο αριθμός 3 είναι πρώτος και δεν μπορεί να αναλυθεί περισσότερο. Τον ξαναγράφω από κάτω. Ο αριθμός 8 μπορεί να αναλυθεί σε  $2 \cdot 4$ . Τους γράφω κάτω απ' το 8.

Ο αριθμός 2 είναι πρώτος και δεν μπορεί να αναλυθεί περισσότερο. Τον ξαναγράφω από κάτω. Ο αριθμός 4 μπορεί να αναλυθεί σε  $2 \cdot 2$ . Τους γράφω κάτω απ' το 4.

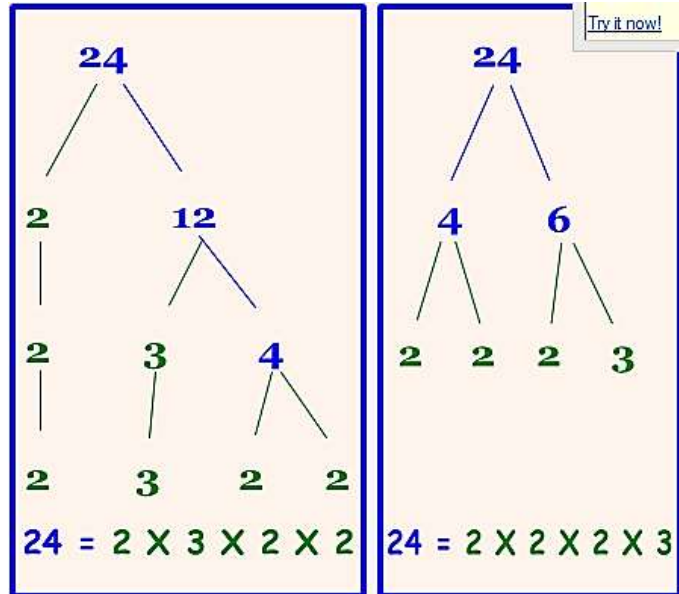


Η ανάλυση τελειώνει, όταν όλοι οι παράγοντες είναι **πρώτοι αριθμοί** όπως εδώ (3,2, 2 και 2).

Άρα ο αριθμός 24 μπορεί να εκφραστεί ως γινόμενο πρώτων παραγόντων ως εξής:

$$24 = 3 \times 2 \times 2 \times 2$$

Τι αποτέλεσμα θα είχαμε αν στην αρχή δεν διαλέγαμε το  $3 \times 8$  αλλά το  $2 \times 12$  ή το  $4 \times 6$  ;  
Ακριβώς το ίδιο.



## B. Με διαδοχικές διαιρέσεις

Ας πάρουμε τον αριθμό **60**. Τον γράφουμε και τραβάμε μια κάθετη γραμμή στα δεξιά του.

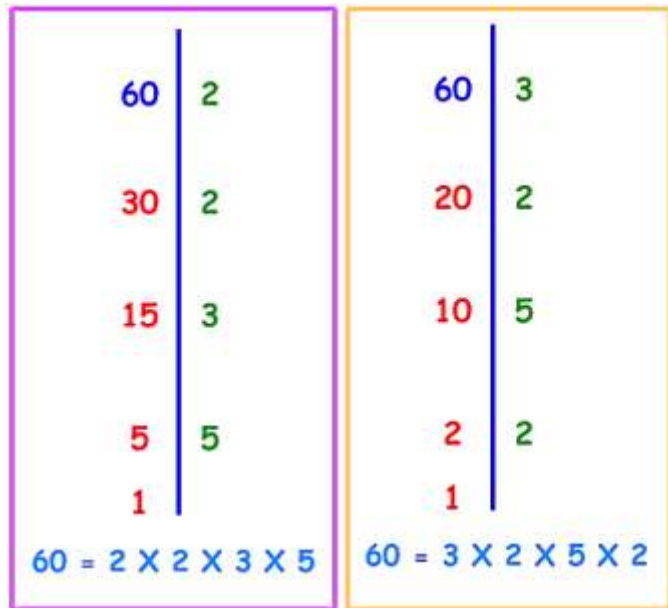
Εξετάζουμε ποιος είναι ο μικρότερος πρώτος αριθμός που διαιρεί ακριβώς το 60. Είναι το <b>2</b> . Διαιρούμε το <b>60</b> με το <b>2</b> και γράφουμε κάτω από το <b>60</b> το <b>πηλίκο</b> της διαίρεσης δηλαδή το <b>30</b> . (το πηλίκο της διαίρεσης $60:2$ ).	60	2
Συνεχίζουμε την ίδια διαδικασία για το <b>30</b> . Διαιρούμε με το <b>2</b> , γιατί είναι ο μικρότερος πρώτος αριθμός που το διαιρεί, και γράφουμε το <b>πηλίκο</b> της διαίρεσης που είναι το <b>15</b> . ( $30:2$ ).	30	2
Το <b>15</b> δε διαιρείται με το 2. Πάμε στον επόμενο πρώτο αριθμό που είναι το 3 και εξετάζουμε αν διαιρείται με το 15. Διαιρούμε με το <b>3</b> και γράφουμε το <b>πηλίκο</b> της διαίρεσης που είναι το <b>5</b> .	15	3
Το ίδιο κάνουμε και για το <b>5</b> , που το διαιρούμε με το <b>5</b> , και καταλήγουμε σε <b>πηλίκο 1</b> . Τότε τελειώνει και η ανάλυση.	5	5
	1	

Άρα ο αριθμός 60 εκφράζεται ως γινόμενο πρώτων παραγόντων ως εξής:

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

Στις διαδοχικές διαιρέσεις , όπως και στα δέντροδιαγράμματα , δε με ενδιαφέρει η σειρά των πρώτων αριθμών με την οποία διαιρώ τον σύνθετο και τα πηλίκα που προκύπτουν.

Με όποιον τρόπο και αν γίνει αυτό, το γινόμενο των πρώτων αριθμών είναι το ίδιο.





## Ασκήσεις

1. Βρίσκω ποιοι είναι οι αριθμοί που έχουν αναλυθεί σε γινόμενο πρώτων παραγόντων:

- α)  $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = \dots\dots\dots$
- β)  $3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = \dots\dots\dots$
- γ)  $2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 = \dots\dots\dots$
- δ)  $5 \cdot 13 \cdot 17 = \dots\dots\dots$
- ε)  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 = \dots\dots\dots$
- στ)  $3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 23 = \dots\dots\dots$

2. Κυκλώνω σε κάθε στήλη κάτω από τον σύνθετο αριθμό τη σωστή ανάλυση σε γινόμενο πρώτων παραγόντων:

12	28	40	54	64
$2 \cdot 6$	$4 \cdot 7$	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$	$3 \cdot 18$	$4 \cdot 16$
$3 \cdot 4$	$2 \cdot 2 \cdot$	$5 \cdot 8$	$2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$	$8 \cdot 8$
$2 \cdot 3 \cdot 2$	$2 \cdot 14$	$4 \cdot 10$	$6 \cdot 9$	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

3. Αναλύω τους αριθμούς 16,30,36,49,64 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων με διαδοχικές διαιρέσεις:

16	2	30	36	49	210
8					

16 = ..... 30 = ..... 36 = ..... 49 = ..... 210 = .....

4. Αναλύω τους αριθμούς 27, 30, 48, 56, 68 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων με δεντροδιάγραμμα.

27

30

48

68

27 = .....

30 = .....

48 = .....

68 = .....



### Προβλήματα

5. Το 11 είναι παράγοντας του αριθμού 4.620. Ποιους άλλους διαφορετικούς παράγοντες έχει ο αριθμός αυτός;



Απάντηση: \_\_\_\_\_

**Απαντήσεις**

1. α)  $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 150$   
 β)  $3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 315$   
 γ)  $2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 = 294$   
 δ)  $5 \cdot 13 \cdot 17 = 1.105$   
 ε)  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 = 3.080$   
 στ)  $3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 23 = 7.245$

2.

12	28	40	54	64
$2 \cdot 6$	$4 \cdot 7$	<u><math>2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5</math></u>	$3 \cdot 18$	$4 \cdot 16$
$3 \cdot 4$	<u><math>2 \cdot 2 \cdot 7</math></u>	$5 \cdot 8$	<u><math>2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3</math></u>	$8 \cdot 8$
<u><math>2 \cdot 3 \cdot 2</math></u>	$2 \cdot 14$	$4 \cdot 10$	$6 \cdot 9$	<u><math>2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2</math></u>

3.

16		2	30		2	36		2	49		7	210		2
8		2	15		3	18		2	7		7	105		3
4		2	5		5	9		3	1			35		5
2		2	1			3		3				7		7
1						1						1		
$16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ $36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ $49 = 7 \cdot 7$ $210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$														

4.  $27 = 3 \cdot 3 \cdot 3$      $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$      $48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$      $68 = 2 \cdot 2 \cdot 17$ .

- 5.
- |      |  |    |
|------|--|----|
| 4620 |  | 11 |
| 420  |  | 2  |
| 210  |  | 2  |
| 105  |  | 3  |
| 35   |  | 5  |
| 7    |  | 7  |
| 1    |  |    |

Οι άλλοι παράγοντες είναι οι 2, 3, 5, 7.