

Επώνυμο: Όνομα: **A₂****Θέμα 1ο****A.** Τι εκφράζει γεωμετρικά το σύμβολο $|x - y|$ αν x, y διαφορετικοί πραγματικοί αριθμοί ; (M5)**B.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λάθος (M10)α) Ισχύει $|x| + x \geq 0$ για κάθε πραγματικό αριθμό x

β) Το γινόμενο δύο άρρητων είναι πάντα άρρητος

γ) Αν $a > \frac{1}{a}$ τότε $a > 1$ δ) Αν $a > \beta$ και $\alpha > -\beta$, τότε $\alpha > 0$ ε) Αν $\alpha \cdot \beta < 0$, τότε $|\alpha + \beta| < |\alpha| + |\beta|$ **Γ.** Αποδείξτε ότι για τυχαίους πραγματικούς αριθμούς x, y ισχύει $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$ (M10)**Δ.** Συμπληρώστε κατάλληλα: (M6)α) $x(x + 10) + \dots = (\dots)^2$ β) Αν $0 < x < y$ τότε $\frac{1}{x} \dots \frac{1}{y}$ γ) Για κάθε $x \neq 0$ ισχύει $\frac{|x|}{|-x|} = \dots$ **Θέμα 2ο****A)** Να βρεθεί ο θετικός ακέραιος v ώστε $\frac{45^v \cdot 2^{2v}}{6^v} = 900$ (M10)**B)** Αν ισχύει $k^2 \cdot a - b = b \cdot k^2 - a$ να αποδείξετε ότι $a = b$ (M8)**Γ)** Αν α είναι ένας άρρητος αριθμός και ρ ένας ρητός, αποδείξτε (με την εις άτοπο απαγωγή) ότι οαριθμός $\frac{\alpha}{\rho}$ είναι άρρητος. (M8)**Θέμα 3ο****A)** Αν $x \in [-7, 13]$ αποδείξτε ότι οι αριθμοί x ικανοποιούν την σχέση $d(x, a) \leq b$ (όπου a, b κάποιοι συγκεκριμένοι ακέραιοι) (M10)**B)** Αν $x < \frac{1}{3}$ υπολογίστε $S = |2x - |x - 1||$ (M10)**Θέμα 4ο****A)** Αποδείξτε ότι για οποιουδήποτε πραγματικούς x, y ισχύει πάντα η σχέση $x^2 - xy + y^2 \geq 0$. (M7)**B)** Υπολογίστε την τιμή της παράστασης $M = x^2 - (x - 2)(x + 2)$ και στη συνέχεια την τιμή της παράστασης $S = 2013^2 - 2011 \cdot 2015$ (M7)**Γ)** Αν α, β πραγματικοί αριθμοί με $\alpha \geq -\beta$ αποδείξτε ότι $\alpha^3 + \beta^3 \geq \alpha\beta(\alpha + \beta)$ (M9)