

1. Αν  $0 \leq f(x) \leq \frac{1}{x} + e^{-x}$ , για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ , τότε το  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots\dots\dots$

2. Αν η συνάρτηση  $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  είναι γνησίως αύξουσα, τότε πάντοτε ισχύει  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  ;

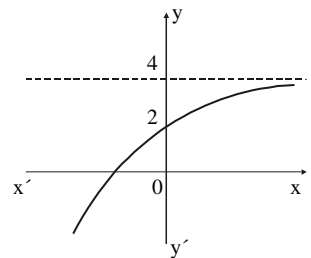
3. Αν  $f(x) = \frac{\pi x}{2x-1}$ , τότε το  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin(f(x))$  είναι ίσο με  $\dots\dots\dots$

4. Για τη συνάρτηση  $f$  με τύπο  $f(x) = 4 - 2e^{-x}$  ισχύει

A.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

B.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 4$

Γ. η γραφική παράσταση της  $f$  μπορεί να είναι αυτή που φαίνεται στο διπλανό σχήμα



Δ.  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

Ε. τίποτα από τα παραπάνω

5. Το  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 + 1}{(4-x)(4+x)}$  είναι ίσο με  $\dots\dots\dots$

6. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{4x^2 + 7}$ . Η τιμή  $f(10^{2011})$  προσεγγίζεται με ικανοποιητική ακρίβεια από τον αριθμό

- A. 1,4      B.  $10^4$       Γ. 0,75      Δ. 0,25      Ε.  $\frac{1}{7}$

7. Από τις παρακάτω ισότητες **λάθος** είναι η

A.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin \frac{1}{x} = 1$

B.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x} = 0$

Γ.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\eta \mu x}{x} = 1$

Δ.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \eta \mu \frac{1}{x} = 0$

Ε.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \varepsilon \phi \frac{1}{x} = 0$

8. Να βρείτε τα παρακάτω όρια:

α)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\mu - 2)x^3 + (\mu + 1)x + 1}{\mu x^2 + 1}$ , αν  $\mu \in \mathbb{R}$

β)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} - \lambda x - \mu)$ , αν  $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$

γ)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\alpha^x}{\alpha^x + 1}$ , αν  $\alpha > 0$

δ)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\alpha^x + 2^{x+1}}{\alpha^{x+1} + 2^x}$ , αν  $\alpha > 0$

9. Να βρείτε τα παρακάτω όρια:

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x \cdot \eta\mu \frac{1}{x}\right)$$

$$\beta) \lim_{x \rightarrow 0} \left(x \cdot \eta\mu \frac{1}{x}\right)$$

$$\gamma) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x \cdot \eta\mu^\rho \frac{1}{x}\right) \text{ με } \rho \in \mathbb{N}^* \text{ και } \rho \geq 2$$

10. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \ell n \left(\frac{x^2 + \kappa^2}{x}\right)$ ,  $\kappa > 0$ .

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $f$ .

β) Να βρείτε τα όρια  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

γ) Να δείξετε ότι η  $f(x) - \ell n x > 0$  και να βρείτε το όριο  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - \ell n x)$ .

11. Αν  $f(x) = \ell n \frac{x-3}{2x}$ , να βρείτε:

α) το πεδίο ορισμού της  $f$

β) τα όρια  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .

12. Υπολογίστε το όριο  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ n^{-n} (1 + 2^2 + 3^3 + \dots + n^n) \right]$

[Πανελλήνιος Μαθηματικός Διαγωνισμός, 1988]

13. Αν  $a, b, c \in \mathbb{R}$  υπολογίστε το όριο  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (a\sqrt{x+1} + b\sqrt{x+2} + c\sqrt{x+3})$

14. Υπολογίστε τα όρια  $\lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{2}{x} - \ln \left( 1 + e^{\frac{2}{x}} \right) \right]$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 \cdot \eta\mu \left( \frac{2}{x} \right)}{x^2 + 1}$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ 4^x \cdot \eta\mu \left( \frac{1}{3^x} \right) \right]$

15. Να υπολογισθούν (αν υπάρχουν) τα παρακάτω όρια

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \quad \text{με } f(x) = (x+1) \eta\mu \left( \frac{\pi x}{x+1} \right)$$

$$\beta) \lim_{x \rightarrow +\infty} [\sigma\upsilon\nu(xf(x)) \cdot \eta\mu(f(x))]$$

16. Μια ευθεία ( $\varepsilon$ ) διέρχεται από το σημείο  $A(1, 2)$  και τέμνει τους θετικούς ημιάξονες  $Ox$  και  $Oy$  στα  $M$  και  $N$  αντιστοίχως.

α) Να εκφράσετε το εμβαδόν του τριγώνου  $OMN$  ως συνάρτηση της τετμημένης  $\kappa$  του σημείου  $M$ .

β) Να βρείτε το όριο του εμβαδού όταν  $\kappa \rightarrow +\infty$  και όταν  $\kappa \rightarrow 1$ .

