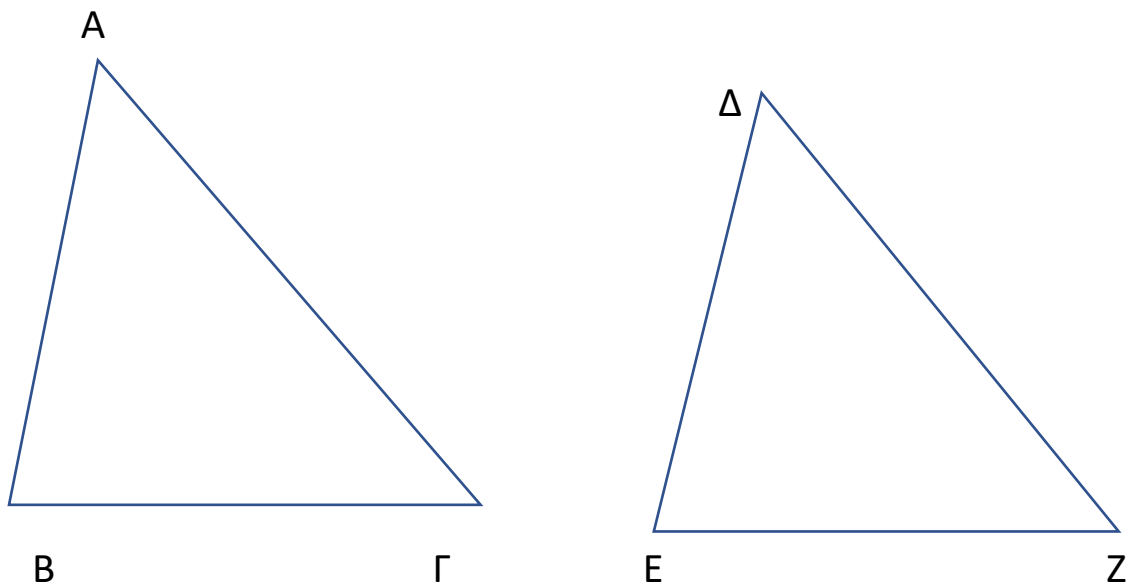


ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΙΣΟΤΗΤΑΣ ΤΡΙΓΩΝΩΝ (1^ο μέρος)

Δυο τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$ ονομάζονται ίσα εάν και μόνο εάν έχουν όλες τις πλευρές και τις αντίστοιχες γωνίες τους ίσες μια προς μία. Στην παρούσα ενότητα θα εστιάσουμε στο 1^ο κριτήριο ισότητας τριγώνων ή αλλιώς στο κριτήριο π-γ-π.

1^ο κριτήριο ισότητας τριγώνων

Δυο τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ είναι ίσα εάν έχουν δυο πλευρές τους ίσες και **την αντίστοιχη περιεχόμενη των δυο αυτών πλευρών γωνία**.



Για τα άνω τρίγωνα ισχύει ότι $AB = \Delta E$, $A\Gamma = \Delta Z$ οι αντίστοιχες περιεχόμενες γωνίες των πλευρών AB , $A\Gamma$ και ΔE , ΔZ είναι οι γωνίες A , Δ για τις οποίες ισχύει ότι είναι και αυτές ίσες.

Το βασικό συμπέρασμα είναι ότι τα δύο τρίγωνα είναι ίσα και κατά συνέπεια θα ισχύει ότι $BΓ = EZ$, $B = E$ $Γ = Z$.

Υπενθυμίζω σε αυτό το σημείο πως απέναντι από ίσες πλευρές βρίσκονται ίσες γωνίες.

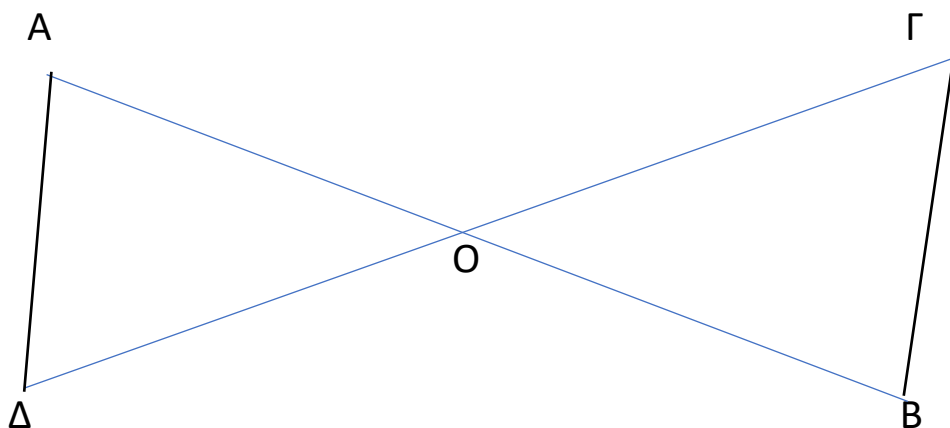
Πως δουλεύουμε πάνω στις ασκήσεις

Όταν μας ζητηθεί να αποδείξουμε ότι δυο πλευρές ή δυο γωνίες είναι ίσες, τότε αυτό αποδεικνύεται ακολουθώντας δυο βασικά βήματα:

- 1) Προσδιορίζω σε ποια τρίγωνα ανήκουν οι πλευρές ή οι γωνίες που θέλω να συγκρίνω.
- 2) Αφού βρω τα τρίγωνα αυτά, αποδεικνύω ότι είναι ίσα, χρησιμοποιώντας το κριτήριο ισότητας τριγώνων που αναπτύξαμε ανωτέρω. Αν τα τρίγωνα είναι ίσα, τότε είναι ίσες και οι αντίστοιχες πλευρές ή γωνίες που θέλω να αποδείξουμε.

Παράδειγμα

Έστω δυο κατακορυφήν γωνίες O_1 ($AO\Delta$) , O_2 (ΓOB) . Επιπλέον δίνεται ότι $AO=OB$ και $O\Gamma=\Delta O$. Θα αποδείξουμε ότι $A\Delta=GB$



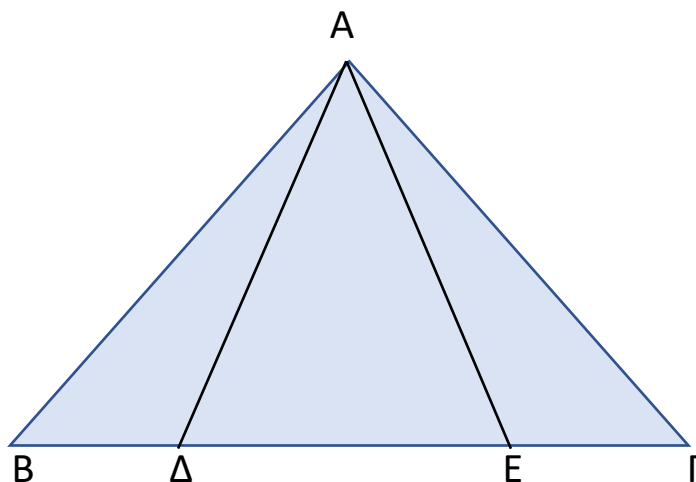
Προφανώς, οι πλευρές $A\Delta$ και GB ανήκουν στα τρίγωνα $AO\Delta$ και ΓOB αντίστοιχα. Αρκεί λοιπόν τα δυο αυτά τρίγωνα να είναι ίσα, τότε θα ισχύει και το ζητούμενο. Εφαρμόζουμε λοιπόν το κριτήριο Π-Γ-Π, δηλαδή δυο πλευρές και την περιεχόμενη γωνία.

- $AO=OB$ (υπόθεση)
- $\Delta O=O\Gamma$ (υπόθεση)
- $O_1=O_2$ (ως κατακορυφήν γωνίες)

Αποδείξαμε λοιπόν ότι τα δυο τρίγωνα είναι ίσα, άρα θα ισχύει το ζητούμενο, ότι $A\Delta=GB$.

Ασκήσεις για το σπίτι

- 1) Έστω τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$, με $B\Gamma$ η βάση του τριγώνου. Προεκτείνουμε τις πλευρές AB και $A\Gamma$ κατά τμήματα $A\Delta=AB$ και $A\epsilon=A\Gamma$. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A\Delta\epsilon$ είναι ίσα.
- 2) Στο ακόλουθο σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές, ($AB=A\Gamma$). Επιπλέον, δίνεται ότι $B\Delta=\epsilon\Gamma$. Να αποδειχθεί ότι και το εσωτερικό τρίγωνο $A\Delta\epsilon$ είναι ισοσκελές.



Υπόδειξη

Να συγκρίνετε τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $A\Gamma\epsilon$.

