

Δευτεροβάθμια εξίσωση

www.themegallery.com



ΕΞΙΣΩΣΗ ΔΕΥΤΕΡΟΥ ΒΑΘΜΟΥ

Μια εξίσωση της μορφής:

$$αχ^2 + βχ + γ = 0 \quad (α \neq 0)$$

λέγεται εξίσωση β' βαθμού.

Οι αριθμοί $α, β, γ$ λέγονται **συντελεστές**, το $γ$ ειδικά λέγεται και **σταθερός ορος** ενώ πάντα ισχύει ότι $α \neq 0$

ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΜΙΑΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ Β' ΒΑΘΜΟΥ

$$\text{Η } \alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0 \\ (\alpha \neq 0)$$

Α ΜΕΘΟΔΟΣ

ΜΕ ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΕ
ΓΙΝΟΜΕΝΟ
ΠΑΡΑΓΟΝΤΩΝ

(Αν $\alpha\beta=0$ τότε
 $\alpha=0$ ή $\beta=0$)

Β ΜΕΘΟΔΟΣ

ΜΕ
ΔΙΑΚΡΙΝΟΥΣΑ
ΚΑΙ ΤΥΠΟ ΡΙΖΩΝ

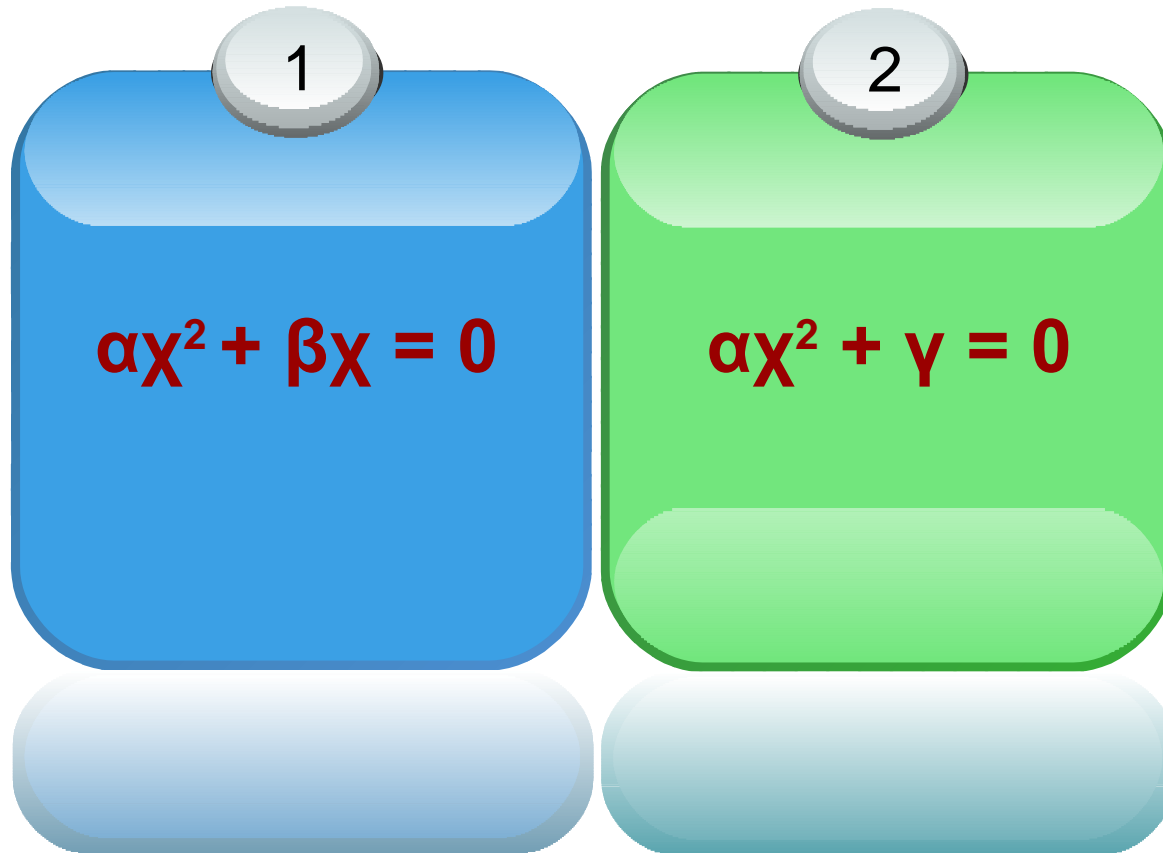
($\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$)

Α' ΜΕΘΟΔΟΣ

❖ Μεταφέρουμε όλους τους όρους στο πρώτο μέλος. Παραγοντοποιούμε την εξίσωση και δημιουργούμε γινόμενο παραγόντων. Με βάση την ιδιότητα:

$$\text{Αν } \alpha\beta = 0 \text{ τότε } \alpha=0 \text{ ή } \beta=0$$

Βάζουμε κάθε παράγοντα ίσο με το 0 και λύνουμε την κάθε μια πρωτοβάθμια εξίσωση που προκύπτει.



1. $\alpha x^2 + \beta x = 0$

$$\begin{aligned} \diamond \quad \alpha x^2 + \beta x = 0 &\rightarrow x(\alpha x + \beta) = 0 \rightarrow \\ x=0 \text{ ή } \alpha x + \beta = 0 &\rightarrow x=0 \text{ ή } x = -\beta/\alpha \end{aligned}$$

Παράδειγμα

$$\begin{aligned} 3x^2 = 6x &\rightarrow 3x^2 - 6x = 0 \rightarrow x(3x - 6) = 0 \rightarrow \\ x=0 \text{ ή } 3x - 6 = 0 &\rightarrow x=0 \text{ ή } x = 6/3 \rightarrow \\ x=0 \text{ ή } x=2 \end{aligned}$$



2. $\alpha\chi^2 + \gamma = 0$

- ❖ Αν α, γ ομοσημοί τότε η $\alpha\chi^2 + \gamma = 0$ είναι αδύνατη.
- ❖ Αν α, γ ετερόσημοι τότε η $\alpha\chi^2 + \gamma = 0$ μετατρέπεται σε διαφορά τετραγώνων και παραγοντοποιείται.

Παραδείγματα

1. $\chi^2 + 4 = 0$ είναι αδύνατη
2. $\chi^2 - 4 = 0 \rightarrow (\chi - 2)(\chi + 2) = 0 \rightarrow \chi - 2 = 0$ ή $\chi + 2 = 0$
 $\rightarrow \chi = 2$ ή $\chi = -2$



ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ

1

$$x^2 = 8x$$

$$x^2 - 8x = 0$$

$$x(x-8) = 0$$

$$x = 0 \text{ ή } x - 8 = 0$$

$$x = 0 \text{ ή } x = 8$$

2

$$5x^2 - 15x = 0$$

$$5x(x-3) = 0$$

$$5x = 0 \text{ ή } x - 3 = 0$$

$$x = 0 \text{ ή } x = 3$$

3

$$4x^2 = 9$$

$$4x^2 - 9 = 0$$

$$(2x-3)(2x+3) = 0$$

$$2x-3 = 0 \text{ ή}$$

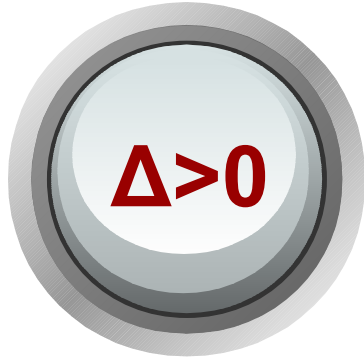
$$2x+3 = 0 \text{ ΟΠΟΤΕ}$$

$$x = 3/2 \text{ ή}$$

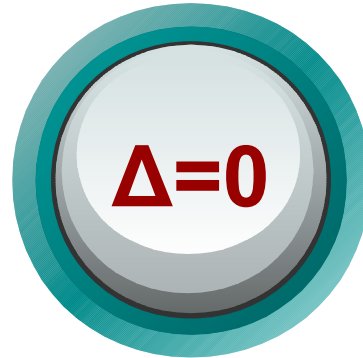
$$x = -3/2$$

Β' ΜΕΘΟΔΟΣ

ΥΠΟΛΟΓΙΖΟΥΜΕ ΤΗΝ ΔΙΑΚΡΙΝΟΥΣΑ: $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$



Η εξίσωση
έχει δυο
ρίζες άνισες



Η εξίσωση
έχει δυο
ρίζες ίσες
(διπλή ρίζα)



Η εξίσωση
δεν έχει
ρίζες
(αδύνατη)

ΕΙΔΙΚΟΤΕΡΑ

Αν $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma > 0$
οι ρίζες είναι:

$$X_1 = \frac{-\beta + \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$$

$$X_2 = \frac{-\beta - \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$$

ΕΙΔΙΚΟΤΕΡΑ

Αν $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 0$
Η διπλή ρίζα είναι:

$$x_1 = x_2 = \frac{-\beta}{2\alpha}$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. $2x^2 - 3x + 1 = 0$

2. $-2x^2 + x + 6 = 0$

3. $3x^2 - 2(x-1) = 2x+1$

4. $3x^2 - 6x + 3 = 0$

5. $4x^2 - x + 3 = 0$

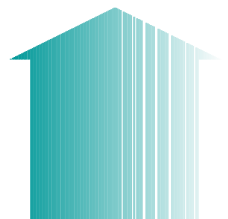
$$1. \quad 2x^2 - 3x + 1 = 0 \quad \alpha=2 \quad \beta=-3 \quad \gamma=1$$

ΛΥΣΗ

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-2)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 9 - 8 = 1 > 0$$

Άρα, η εξίσωση έχει 2 λύσεις άνισες:

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 2} = \frac{3 \pm 1}{4} \quad x_1 = \frac{3+1}{4} = \frac{4}{4} = 1$$
$$x_2 = \frac{3-1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$



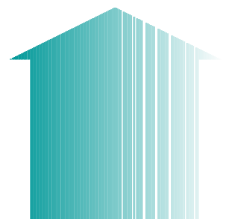
$$2. -2x^2 + x + 6 = 0 \quad \alpha = -2 \quad \beta = 1 \quad \gamma = 6$$

ΛΥΣΗ

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 1^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 6 = 1 + 48 = 49 > 0$$

Άρα, η εξίσωση έχει 2 λύσεις άνισες:

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot (-2)} = \frac{-1 \pm 7}{-4} \quad x_1 = \frac{-1+7}{-4} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$$
$$x_2 = \frac{-1-7}{-4} = \frac{-8}{-4} = 2$$



$$3. \quad 3x^2 - 2(x-1) = 2x+1$$

ΛΥΣΗ

$$3x^2 - 2(x-1) = 2x+1$$

$$3x^2 - 2x + 2 - 2x - 1 = 0$$

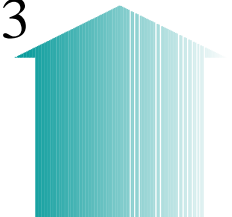
$$3x^2 - 4x + 1 = 0 \quad \alpha=2 \quad \beta=-4 \quad \gamma=1$$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-4)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = 16 - 12 = 4 > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 3} = \frac{4 \pm 2}{6}$$

$$x_1 = \frac{4+2}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

$$x_2 = \frac{4-2}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$



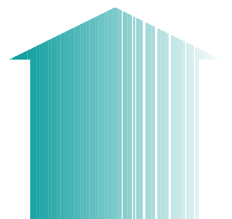
$$4. \quad 3x^2 - 6x + 3 = 0 \quad \alpha=3 \quad \beta=-6 \quad \gamma=3$$

ΛΥΣΗ

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-6)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 36 - 36 = 0$$

Άρα, η εξίσωση έχει μία λύση διπλή:

$$x_1 = x_2 = \frac{-\beta}{2\alpha} = \frac{-(-6)}{2 \cdot 3} = \frac{6}{6} = 1$$



$$\omega 5. 4x^2 - x + 3 = 0 \quad \alpha=4 \quad \beta=-1 \quad \gamma=3$$

ΛΥΣΗ

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-1)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 3 = 1 - 48 = -47 < 0$$

Άρα, η εξίσωση είναι αδύνατη

