

Μιγαδικοί

$$1.154. 3 \leq |z| \leq 7 \quad 1.236. |z-1+\sqrt{3}i|=6 \quad 1.157. 3 \leq |z| \leq \frac{5}{2}\sqrt{10}$$

$$1.233. \text{ Να μην χρησιμοποιηθεί η σχέση } |z-1| \leq 3$$

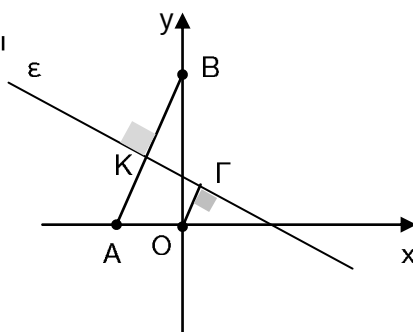
$$1.264. \beta) |4-2i-2z|=4 \quad 1.326. (6+8i)^{2|z|+1} - (1+i)^{12} = 990 \cdot 10^{|z|} + 1064.$$

$$1.377. \alpha) \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2004} + \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^{2007} + \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2010} = 1. \quad 1.399. \gamma) z_1^{30} + z_2^{30} = 2$$

1.401. β) Ισχύει $OG \perp \varepsilon$, οπότε $OG: y=2x$. Ο μιγαδικός z που έχει ελάχιστο μέτρο έχει εικόνα του το Γ και βρίσκεται από τη λύση του συστήματος των OG και ε .

$$\begin{cases} OG: y=2x \\ \varepsilon: x+2y-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{3}{5} \\ y=\frac{6}{5} \end{cases}, \text{ άρα ο}$$

$$\text{ζητούμενος μιγαδικός είναι ο } z_1 = \frac{3}{5} + \frac{6}{5}i.$$



$$1.473. \beta) \text{ Αν } z_1, z_2 \text{ δύο από τους προηγούμενους μιγαδικούς με } z_1 = -z_2 \quad 1.478. \left| z - \frac{10}{3} \right| = \frac{8}{3}$$

Συναρτήσεις

2.105. Να βρείτε συνάρτηση f για την οποία ισχύει $f(x+y) = 2f(x) + f(y)$ για κάθε $x, y \in \mathbb{R}$.

Λύση

$$\text{Για } x=y=0, \text{ έχουμε: } f(0) = 2f(0) + f(0) \Leftrightarrow f(0) = 0.$$

$$\text{Για } y=0 \text{ είναι } f(x) = 2f(x) + f(0) \Leftrightarrow f(x) - 2f(x) = 0 \Leftrightarrow -f(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0, x \in \mathbb{R}.$$

$$2.148. f(x+y) = 2f(x) + f(y) + 2x \quad 2.190. \gamma) f(x) = \frac{x^3}{x^2+1} \quad 2.196. f \text{ γνησίως αύξουσα}$$

2.202. Να αποδείξετε ότι δεν υπάρχει γνησίως φθίνουσα συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)$

$$2.205. \beta) f(1) = -1 \quad 2.297. \gamma) \sinh x - \cosh x = e^{\eta \mu x} - e^{\sigma \upsilon \nu x}$$

2.309. Δίνεται συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύουν οι σχέσεις: $(f \circ f)(x) = 4x - 15$ και $(f \circ f \circ f)(x) = 8x - 35$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

$$K. \text{ Η συνάρτηση } f(x) = 2e^{-x} \text{ έχει αντίστροφη την } \beta) g(x) = \ln(2x)$$

Όρια

$$3.97 \quad f^2(x) - 4f(x) \leq x^2 - 4$$

$$3.121. \beta) \lim_{x \rightarrow -1} \left[(x+1) \eta \mu \frac{2}{x^2-1} + x^{200} - 1 \right]. \quad 3.135. \phi(x) = \frac{f(x) - 2x}{g(x) - 3x}$$

$$3.148. \delta) \text{ Να υπολογίσετε το όριο } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - 1}{x - 1 - e^{f(x)}}, \text{ αν είναι γνωστό ότι } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0.$$

$$3.183. \lim_{x \rightarrow 1} [-2xf(x) - 3g(x)] = +\infty$$

$$3.195. \text{ Να βρείτε τα } \kappa, \lambda \in \mathbb{R} \quad 3.209. 8f(x+y) = f(2x) + f(2y) + 24xy(x+y)$$

$$3.256. \text{ Για τις διάφορες τιμές του } \mu \in \mathbb{R}, \text{ να βρείτε το όριο: } \lim_{x \rightarrow -\infty} 2x \left(\mu + \frac{x}{x^2 - 1} \right)$$

$$3.299. \delta) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{x+2} - 2^{x+1} + 3}{e^x + 2^{x+2}} \quad \epsilon) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^{2x+1} - 2^x - 1}{3 \cdot 4^x - 2^{x+2} + 1} \quad 3.292. \sigma\tau) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x + \sin^2 x - 2\eta \mu x}{4x + \eta \mu x}$$

$$3.327. \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$$

$$3.356. \delta) f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+\eta \mu x} - 1}{x}, & x < 0 \\ \frac{1}{2}, & x = 0, \quad x_0 = 0 \\ \frac{\eta \mu x}{2x}, & x > 0 \end{cases} \quad 3.370. f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 2x - 8}{\sqrt{2x+5} - 3}, & -\frac{5}{2} \leq x < 2 \\ \alpha x^2 + (\beta - 1)x, & x \geq 2 \end{cases}$$

$$3.391. \text{ στο } x_0 = 6 \quad 3.394. \text{ συνεχής στο } x_0 = 0 \quad 3.425. \beta^2 < 3\gamma$$

$$3.469. \delta) x^6 + 8x^4 + \lambda^2 x^2 + \lambda x = 8 \quad 3.545. f^2(x) + xf(x) = 4 \text{ για κάθε } x \geq 0 \text{ και } f(3) = -4.$$

$$3.568. x \in (0,4) \quad 3.581. x \in (2,3) \quad 3.591. \xi \in [\alpha, \beta] \quad 3.594. \xi \in [\alpha, \beta]$$

$$3.596. \xi \in [\alpha, \beta] \quad 3.597. \xi \in [0,1] \quad 3.599. \xi \in [\alpha, \beta] \quad 3.609. f(0) = -\sqrt{6}$$

Παράγωγοι

$$4.67. (f(x) - 2)^2 + (g(x) + 3)^2 = \left| \sqrt{x^2 + 9} - 3 \right| \text{ για κάθε } x > -4. \quad 4.130. f \text{ συνεχής στο } \mathbb{R}$$

$$4.223. e^{-y} [f'(x) + f(x)] = e^{-x} [f'(y) + f(y)]$$

$$4.225. \text{ Δίνεται δύο φορές παραγωγίσιμη συνάρτηση } f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad 4.275. f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$$

4.322. Δίνονται οι παραγωγίσιμες συναρτήσεις $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, για τις οποίες ισχύει $f(x) - g(x) = x$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Να αποδείξετε ότι οι εφαπτομένες των C_f, C_g στα σημεία με την ίδια τετμημένη, τέμνονται στον άξονα $y'y$.

4.334. $f(x-2) \leq x^2 - 3x + 2 \leq f(x-3) + 2x - 4$,

β) Να αποδείξετε ότι οι εφαπτόμενες της C_f στα Α και Β τέμνονται κάθετα.

4.335. $f: \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbb{R}^*$

4.347. Να βρείτε τον ελάχιστο αριθμό τεμαχίων που πρέπει να κατασκευαστούν, ώστε ο ρυθμός μεταβολής του κέρδους να είναι θετικός.

4.374. $x(t) = e^{t^2}$

4.378. Πεζοπόρος Α βρίσκεται σε απόσταση 4 Km ανατολικά από ένα σταυροδρόμι Ο και βαδίζει προς αυτό με ταχύτητα 8 Km/h.

4.382. γ) Το εμβαδό του τριγώνου ΟΑΒ τη χρονική στιγμή κατά την οποία ο ρυθμός μεταβολής της τετμημένης του Μ είναι διπλάσιος από την απόλυτη τιμή του ρυθμού μεταβολής της τεταγμένης του.

4.384. β) Εστω σημείο Σ που κινείται στην (ε) με τετμημένη μεγαλύτερη από το 1, της οποίας η ταχύτητα είναι $\frac{3}{4}$ cm / sec. Να βρείτε:

Επανάληψη

13. $2\eta\mu(x-1) + 10(x-1)^3 \leq (x-1)f(x) \leq 8x^2 - 14x + 6$

20. γ) Αν $g(1) = 4030$ και $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$, να αποδείξετε ότι υπάρχει μοναδικό $x_0 \in (1, +\infty)$ τέτοιο, ώστε $f(x_0) = \ln 2$.

29. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3f(x) - 4^x}{3 \cdot 3^x + 6 \cdot 4^x}$

37. $f(x) = \sqrt{4x - |z|} - |z|$

64. γ) $f(x_0) = 6x_0$

Θέματα πανελλαδικών

25. γ) $|z^3 - z^2|^2 = |z^2 + \bar{z}|^2 + |z^3 + \bar{z}|^2$.

31. $w = z - 3i + \frac{1}{z - 3i}$